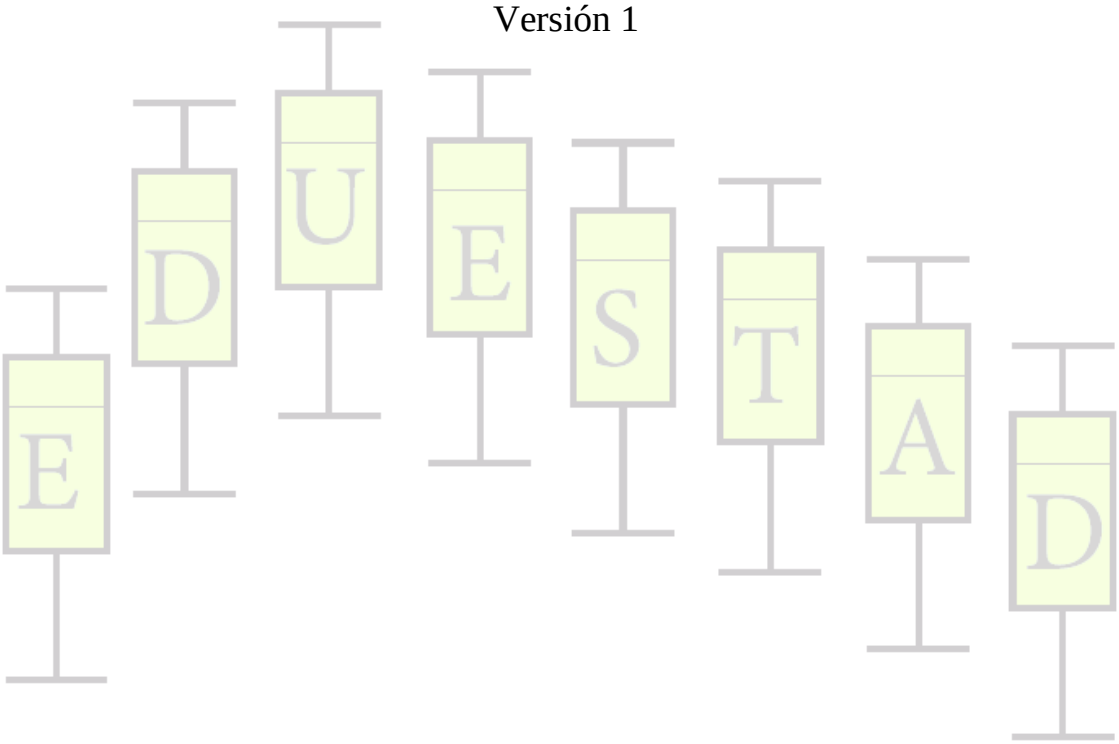
COLOQUIO DE EDUCACIÓN ESTOCÁSTICA

Versión 1



Grupo de Investigación en Educación Estocástica

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

EduEstad-UT

Mayo 11 de 2019

Editora

Dicleny Castro Carvajal
Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT

Comité Editorial

MSc. Dicleny Castro Carvajal
MSc. Dagoberto Salgado Horta
MSc. Miguel Armando Rodríguez Márquez
MSc. John Jairo Zabala Corrales
Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT

Corrección de estilo

MSc. María Yazmin Soto Alvarado

Diseño y diagramación

Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT

ISSN

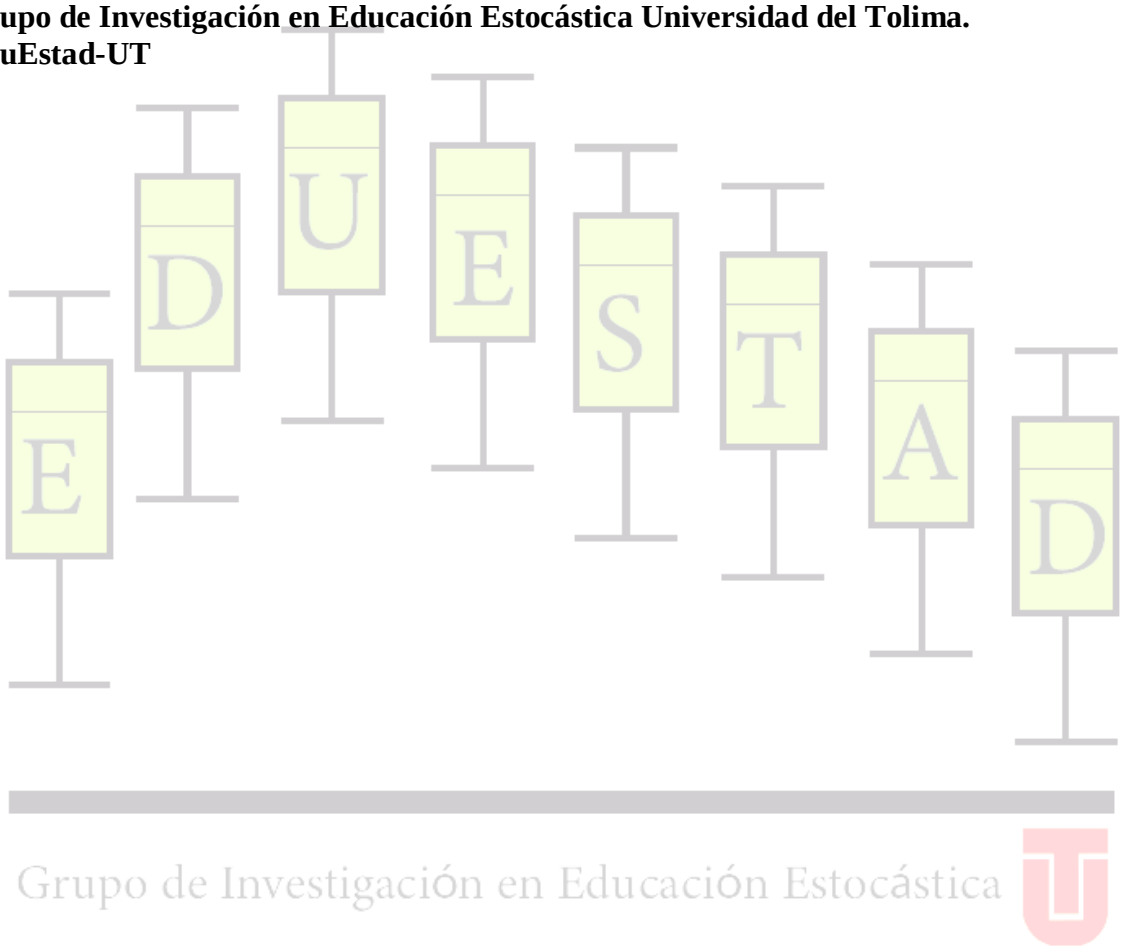
2665-587X (En Línea)

Grupo de Investigación en Educación Estocástica
2019 Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT
2019 Autores
Mayo 2019

Se autoriza la reproducción total o parcial de algún artículo, previa cita a la fuente:
Castro, D. (Ed.). (2019). **Memorias** Versión 1 del Coloquio de Educación Estocástica. Ibagué, Colombia: Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT.

Comité Organizador

MSc. Dicleny Castro Carvajal
MSc. Dagoberto Salgado Horta
MSc. Miguel Armando Rodríguez Márquez
MSc. John Jairo Zabala Corrales
Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT



Las opiniones, ideas y conceptos, expresadas en estas memorias son total responsabilidad de los autores de cada una de las ponencias. El Grupo de Investigación en Educación Estocástica de la Universidad del Tolima, el Comité Organizador de la Versión 1 del Coloquio de Educación Estocástica, así como la editora, no se hacen responsables de las ideas aquí presentadas. Se autoriza la reproducción total o parcial para fines académicos, citando la fuente y autor. Para comunicación puede escribir al email eduestad@ut.edu.co

Presentación

El Grupo de Investigación en Educación Estocástica EduEstad, convoca al Coloquio de Educación Estocástica V1, evento que congrega a la comunidad académica interesada en los temas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la estadística, probabilidad y el razonamiento cuantitativo.

Invita a profesionales y entidades, de reconocida trayectoria a discutir diversas temáticas alrededor de la Educación Estocástica, en diversas áreas del conocimiento.

Objetivos

- Congregar a la comunidad académica dedicada a la educación del pensamiento aleatorio.
- Conocer y compartir experiencias de aula en donde se aborden aplicaciones y temáticas de la probabilidad y la estadística.
- Fortalecer y consolidar redes de educadores e investigadores de la Educación Estocástica a nivel regional.
- Generar un espacio de formación de comunidad académica en torno a la construcción de una sociedad estadísticamente culta.

Contenido

La resolución de problemas y la equivalencia de estímulos contribuyendo para el pensamiento estocástico en la enseñanza fundamental Autor: Ailton Paulo de Oliveira Júnior …….....6

Errores de los estudiantes en la construcción e interpretación de gráficos estadísticos Autores: Bonilla Losada Brayan Esneyder, Luis Alberto Oviedo, Ferney Antury Vargas, Ferney Antury Vargas, Xiomara Cardona Morales, Yesica Andrea Ipus Ávila …….7

De la comprensión de los gráficos de Barras Autoras: Jenifer Barajas Gómez, Lizeth Yamile Ibatá Prada……14

Diseño de una estrategia didáctica para fortalecer la competencia matemática comunicativa en estudiantes del modelo educativo postprimaria de la Institución Educativa San Francisco de la Sierra – Sede Delicias Autor: Yilton Riascos Forero, M.Sc., Ph.D…….. 18

Tareas de una Secuencia Didáctica para la Enseñanza de la Media Aritmética en grado 5º Autores: Johanna Alexandra Agredo, Mg, Yilton Riascos Forero, Ph.D…… 32

Comprensión de gráficas estadísticas por estudiantes de grado octavo Autora: Cindy Julieth Rodríguez Reyes……35

La Media Aritmética, más Allá de un Cálculo Autores: Jhony Alexander Rodríguez Cifuentes, Dicleny Castro Carvajal……42

Componentes de la actitud hacia la estadística y las matemáticas en Instituciones Educativas Rurales y Urbanas del Tolima Autores: Erika Franco Buriticá, Carmen León Mantero, Alexander Maz Machado, José Carlos Casas Rosal, Miguel E. Villarraga Rico……..45

RED SEMÁNTICA: Una Aplicación al discurso de las concepciones de Historia de las Matemáticas de los profesores de matemáticas en ejercicio de la Ciudad de Ibagué – Tolima Autores: Dicleny Castro Carvajal, John Jairo Zabala Corrales……51

La elaboración y validación de libros paradidácticos en la enseñanza de combinatoria, estadística y probabilidad en la enseñanza primaria Autor: Ailton Paulo de Oliveira Júnior ……...59

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

La resolución de problemas y la equivalencia de estímulos contribuyendo para el pensamiento estocástico en la enseñanza fundamental

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
drapoj@uol.com.br
Universidade Federal do ABC, Sao Paulo, Brasil

Resumen

En el transcurso de los años se han desarrollado varias investigaciones con la finalidad de encontrar nuevos métodos de enseñanza que faciliten el aprendizaje y promuevan el desarrollo lógico y creativo de los alumnos. Entre estos métodos destacamos la resolución de problemas como un método eficaz para desarrollar el raciocinio y para motivar a los alumnos. Consideramos que la resolución de problemas es de preponderante importancia para la educación, pues apoya la curiosidad de los estudiantes, al mismo tiempo que trae situaciones reales para el aula y propicia la posibilidad del descubrimiento de lo nuevo. En Brasil, estocástica es un término que ha sido utilizado por investigadores de la enseñanza de Estadística, Probabilidad y Combinatoria, refiriéndose a la interfaz entre los conceptos combinatorio, probabilístico y estadístico, los cuales posibilitan el desarrollo de formas particulares de pensamiento, envolviendo fenómenos aleatorios, interpretación de muestras y elaboración de inferencias. Y para que exista una significativa percepción de la estocástica, se hace necesario el desarrollo del pensamiento estadístico y probabilístico, lo que exige un trabajo orientado hacia las formas de raciocinio combinatorio, asociados al raciocinio probabilístico y estadístico. Así, con el propósito de traer contribuciones al proceso enseñanza y aprendizaje de estadística y probabilidad, se pretende utilizar la Metodología de Resolución de Problemas como apoyo a la enseñanza de Estadística y Probabilidad de alumnos de los años iniciales Enseñanza Fundamental. Desarrollar y trabajar con pequeñas unidades curriculares de enseñanza para desarrollar y fijar los contenidos estadísticos y probabilísticos del primero año al quinto año de la Enseñanza Fundamental. Tomaremos como base metodológica la Equivalencia de Estímulos, proporcionando criterios operativos, empíricamente verificables, para especificar comportamientos con características simbólicas. La Equivalencia de Estímulos es un modelo teórico que permite prever que para un individuo un estímulo pasa a pertenecer a una clase de estímulos equivalentes en la que estos son sustituibles unos por otros a partir de relaciones condicional arbitrariamente establecidas entre él y uno o algunos miembros de dicha clase.

Palabras clave: Enseñanza de Probabilidad y Estadística. Estocástico. Enseñanza fundamental. Solución de problemas. Equivalencia de estímulos.

Errores de los estudiantes en la construcción e interpretación de gráficos estadísticos

Bonilla Losada Brayan Esneyder, Luis Alberto Oviedo, Ferney Antury Vargas
Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia
b.bonilla@udla.edu.co - l.oviedo@udla.edu.co – f.antury@udla.edu.co

Resumen

En esta ponencia se socializa la experiencia de aula desarrollada en el marco del semillero de Investigación HESTEX[1], sobre errores y dificultades que presentan los estudiantes respecto al conocimiento y uso que tienen de los gráficos estadísticos, el análisis de dichas falencias se realiza desde las categorías: lenguaje y registro, proposiciones, y procedimientos de la configuración ontosemiótica del enfoque Ontosemiótico, por medio de una prueba diagnóstica con 8 preguntas a 35 estudiantes del grado noveno del Instituto Técnico Industrial de la ciudad de Florencia (Caquetá).

Palabras clave: Gráficos estadísticos, configuración ontosemiótica, lenguajes y registros, proposiciones, procedimientos.

Introducción

Desde hace miles de años el ser humano ha buscado formas diferentes de compartir sus conocimientos, ejemplo de ello es el papiro que describe la construcción de la pirámide Keops[2] y que data de más de 4500 años o el papiro P52[3] también denominado *El fragmento de San Juan* en el que se narra el nuevo evangelio según el apóstol Juan. Con el descubrimiento de la imprenta, se dispara la comunicación impresa y toda forma de publicidad, textual, gráfica, pictórica, entre otras.

Con el desarrollo científico y académico, algunas de estas formas de representación se hicieron indispensables para la expresión y la comunicación de conocimientos, dentro de ellos, las gráficas en las matemáticas y la estadística. A partir del desarrollo y el auge de las computadoras, el análisis de la información se volvió más importante.

[1] Semillero de investigación Haciendo Estadística a través de Excel
[2] Tomado de https://bit.ly/2UxkhSw
[3] Tomado de https://bit.ly/2UHQZ3d

Desde el ámbito educativo, la Estadística como ciencia de "la recopilación, el análisis y la interpretación de datos obtenidos mediante la observación o experimentación" (Ross, 2007) utiliza el sistema de representación gráfico, a través de gráficos estadísticos que ayudan a comprender de manera más sencilla la información, convirtiéndose en una de las primeras formas de análisis exploratorio de datos de tipo visual, que permiten identificar patrones de la variable en tratamiento.

Con el avance tecnológico se incrementó la cantidad de información a la cual tiene acceso una persona, de allí, que un individuo hoy en día debe ser capaz de interpretar y evaluar de manera crítica tal información y así, comprender el fenómeno en cuestión. Es por ello que el objetivo abordado fue identificar errores y dificultades de los estudiantes respecto al conocimiento y uso de los gráficos estadísticos.

Para el logro de este objetivo, se aplicó una actividad diagnóstica consistente en 8 preguntas que atendían a las categorías lenguaje y registro, proposiciones, y procedimientos de la configuración ontosemiótica del enfoque Ontosemiótico, dado que se pretendía determinar "términos, expresiones, notaciones, gráficos" en los registros "escrito, oral, gestual, etc." a partir de los "enunciados sobre conceptos" y por medio de "algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo" (Godino, 2019, p. 5).

Además, porque en el desarrollo de "[…] tareas matemáticas se considera necesario analizar las prácticas matemáticas realizadas […], tratando de mostrar las relaciones sinérgicas entre los mismos y los diversos tipos de objetos no ostensivos que necesariamente acompañan a las diversas representaciones" (Godino, Beltrán-Pellicer, Burgos, y Giacomone, 2017, p. 3).

Se escogieron los estudiantes de grado octavo del Instituto Técnico Industrial, con edades desde los 15 a 17 años, dado que a la fecha del estudio el profesor de matemáticas estaba trabajando la temática en mención, y se decidió trabajar con todos (35 estudiantes) para utilizar la misma información arrojada por la actividad diagnóstica de manera posterior en clase y mejorar el aprendizaje de ellos.

Desarrollo de la Comunicación

De las 8 preguntas planteadas en la actividad diagnóstica, las respuestas de 5 de ellas son de opción múltiple con única respuesta y 3 son de respuesta abierta. Para la elaboración de las preguntas se tuvo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos del nivel 4 que corresponden a 8° y 9°, relacionados con los gráficos estadísticos, *e.g.*, "Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones" y "Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas" (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Las preguntas 1, 2 y 3 pertenecen a la categoría lenguaje y registro, las preguntas 4 y 5 corresponden a la categoría de procedimientos, por último, las preguntas 6, 7 y 8 están enmarcadas en la categoría proposiciones.

A continuación, se presentan las preguntas y el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes.

Resultados

Los siguientes resultados corresponden a las preguntas planteadas en la actividad diagnóstico (Anexo 1).

Las tres primeras preguntas tienen como propósito determinar el conocimiento que los estudiantes tienen sobre un gráfico estadístico, su conformación y tipos. En la primera pregunta se puede determinar que el 60% de los estudiantes identifican las partes de un gráfico estadístico y que el 66% asignó de manera correcta los nombres de las partes respectivas en un gráfico, mientras que, el 37% de los estudiantes logró identificar por lo menos 3 tipos de gráficos y tan sólo un 9% identificó un total de 7 gráficos.

Respecto si los estudiantes saben identificar el tipo de gráfico correcto de acuerdo el tipo y la forma como están presentados de datos. La cuarta pregunta permitió establecer que el 89% de los estudiantes pudieron relacionar la tabla de frecuencias para una variable de intervalo cuantitativa con el histograma. Sin embargo, al relacionar una variable cualitativa con el gráfico respectivo (pregunta 5), solo el 63% de los estudiantes lo hicieron de manera correcta, el restante confundió las escalas de los ejes e intercambiaron algunos géneros de música con las frecuencias absolutas de otras. Al graficar una variable discreta cuantitativa (pregunta 6), tan solo el 31% de los estudiantes lo logró hacer.

En cuanto a la interpretación de la información presentada mediante una gráfica. La pregunta 7 evidenció que el 63% de los estudiantes logran leer entre datos, el 26% logra leer dentro de los datos y el 11% logra leer más allá de los datos, por último, en la pregunta 8 pocos estudiantes logran enlazar la información con los gráficos (29%).

Conclusiones

En términos generales, los estudiantes tuvieron buena disposición para desarrollar la actividad diagnóstica, aspecto que permitió obtener respuestas de manera libre, la asumieron como desarrollo normal de clase.

En cuanto al objetivo del estudio, se puede notar que a los estudiantes se les facilita construir diagramas de barras de manera correcta y hacer uso adecuado de los histogramas.

Se encontró que el profesor planifica la clase basado en un texto guía y poco tiene en cuenta los estándares curriculares respectivos, desarrolla ejercicios del tema dejando de lado la explicación del tipo de variable y el gráfico estadístico correspondiente. Además, se identificó que los estudiantes sólo interpretan los gráficos basándose en los datos explícitos de la gráfica.

Se evidenció que la construcción de gráficos estadísticos queda descubierta de su aplicación *a posteriori*, por ejemplo, para determinar otras características y comportamiento de la variable como su distribución de probabilidad.

Un elemento que se encontró en el estudio es la falta de profundidad en el conocimiento estadístico que tienen los docentes, lo cual ratifica investigaciones como la de Estrada, Batanero y Fortuny, (2004) o Estrada, (2007) además, la forma como se orienta la clase, puesto que se desarrolla desde ejemplos hipotéticos los cuales no permiten ver la utilidad de la estadística en la vida cotidiana.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Referencias

Arteaga, P., Díaz, D., & Batanero, C. (2018). *Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura.* Universidad de Granada. España, Granada.

Curcio, F. R. (1987). *Comprehension of mathematical relationship expressed in graph. Journal for Research in Mathematics Education, 18*(5), p. 382-392.

Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). *Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. Educación Matemática, 16*(1), pp. 89-111.

Estrada, A. (2007). *Evaluación del conocimiento estadístico en la formación inicial del profesorado. Revista Uno, 45*.

Godino, J. D. (2019). Perspectiva de las investigaciones sobre educación estadística realizadas en el marco del Enfoque Ontosemiótico. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín & Molina-Portillo, E. (Eds.). Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística. Recuperado de www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M., & Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de proporcionalidad. En J. M. Contreras, P., Arteaga, G. R., Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Recuperado de enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Potenciar el pensamiento matemático ¡un reto escolar! Bogotá, Colombia.

Ross, S. M. (2007). Introducción a la Estadística. España: Editorial Reverte.

Stephen, R. (2012). Gráficas estadísticas. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá, Cundinamarca. Recuperado de https://bit.ly/2Zmy7WW

Anexo 1. Actividad Diagnóstica

1. ¿Cuáles son las partes de un gráfico estadístico? (única respuesta)

a) Área de gráfico, título del gráfico, serie de datos, leyenda, título eje vertical, título eje horizontal, líneas de división.

b) Área de gráfico, título de la serie, serie de datos, leyenda, líneas de arco, título eje horizontal.

c) Área de la leyenda, título de la gráfica, serie de datos, leyenda, líneas de arco, título eje medio.

d) Ninguna de las anteriores

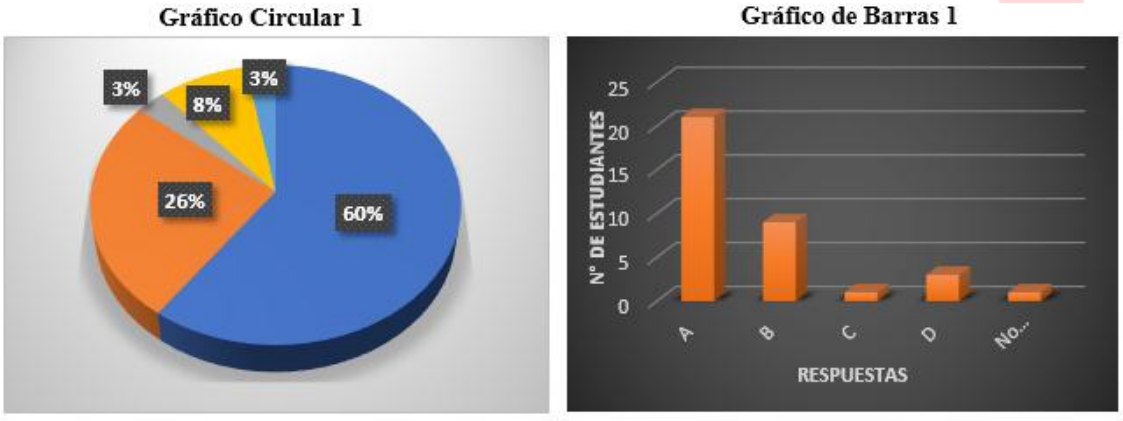


Gráfico 1. Circular 1 y de barras 1.

2. De acuerdo a lo anterior, ubique en la siguiente gráfica las partes:

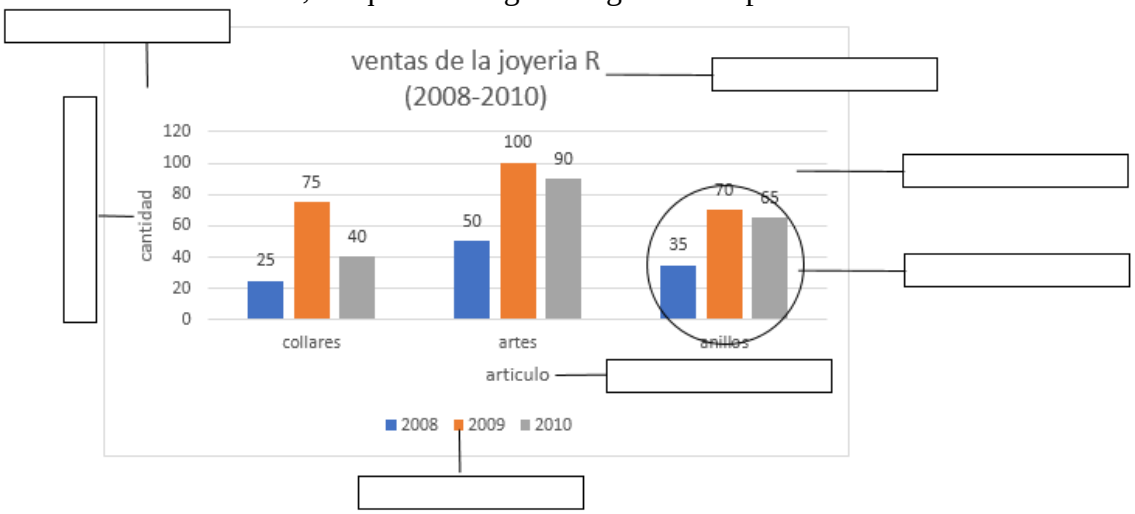


Gráfico 2. Ventas de la joyería R (2008-2010).

Como podemos observar en los resultados obtenidos, concluimos que los estudiantes si saben ubicar gráficos pues obtuvimos que el 66% de ellos ubicaron correctamente las partes de un gráfico estadístico. Seleccione cuáles de los siguientes puntos son tipos de gráficas estadísticas (selección múltiple).

a) Histograma
b) Gráfico de barra
c) Pictograma
d) Pirámide de población
e) Gráfico de líneas
f) Gráfico de sectores
g) Gráfico de dispersión
h) Cartograma
i) Gráfico ortogonal
j) Gráfico lineal
k) Gráfico parabólico
l) Ninguna de las anteriores

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

3. Se quiere graficar, una distribución de 250 personas (agrupados por intervalos) según su edad (variable cuantitativa) que utilizan servicio de Facebook. ¿Cuál de los siguientes tipos de gráfica es la más adecuada para representar el conjunto de datos? (selección única).

Edades	Frecuencia
5 – 10	11
10 – 15	23
15 – 20	61
20 – 25	60
25 – 30	45
30 – 35	20
40 – 45	15
50 – …	15
n =	250

a) Pictograma
b) Diagrama de dispersión
c) Histograma
d) Ninguna de las anteriores

4. La siguiente tabla muestra la información sobre el tipo de música favorita de los estudiantes del Colegio La Superación. Construya un gráfico de barras con dicha información.

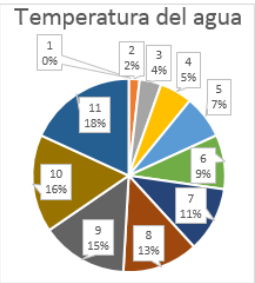
Género Musical	N° de Estudiantes
Reggaetón	20
Bachata	3
Trap	10
Balada	5
Salsa	2
Clásica	1
Total	41

5. En un experimento se pone a hervir agua hasta alcanzar el punto de ebullición, y se registraron cada 30 segundos, como se puede apreciar en la siguiente tabla.

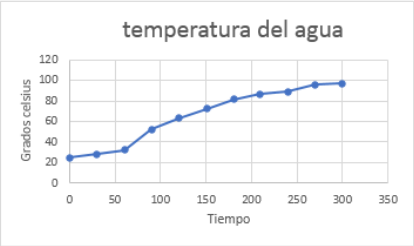
tiempo (segundos)	grados celsius
0	25
30	28
60	32
90	52
120	63
150	72
180	81
210	87
240	89
270	96
300	97

Grupo de Investigación en Educación

I.



II.



III.

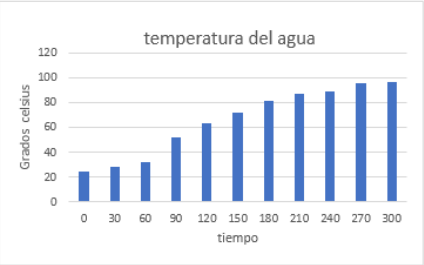
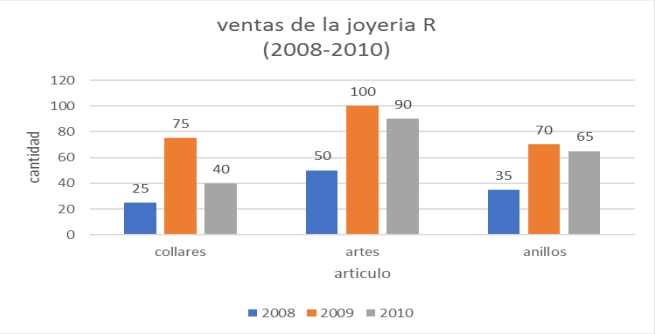


Gráfico 3.

¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor la información suministrada?



6. Analiza el siguiente gráfico, luego responde las preguntas

Gráfico 4. Ventas de la joyería R (2008-2010).

a) ¿Qué alza en las ventas de aretes hubo del 2008 al 2009?

I. El triple del 2008
II. Dos tercios de las ventas de collares en el 2009
III. Tres medios de las ventas de collares en el 2009
IV. Ninguna de las anteriores

b) ¿En qué año se vendieron más artículos?

I. 2008
II. 2009
III. 2010

c) ¿Cuál será la razón por la cual en el 2009 se vende más collares comparado con el 2010?

7. Si se quiere graficar la frecuencia relativa de un conjunto de datos de variable cualitativa o discreta. ¿cuál de los siguientes gráficos es el más apropiado para mostrar el conjunto de datos? (única repuesta):

a) Diagrama de barras
b) Grafica circular
c) Diagrama de dispersión
d) Gráfico de línea
e) Histograma

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

De la comprensión de los gráficos de Barras

Ferney Antury Vargas, Xiomara Cardona Morales, Yesica Andrea Ipus Ávila
Semillero de Investigación Hestex: Universidad de la Amazonia
Florencia, Colombia
f.antury@udla.edu.co, x.cardona@udla.edu.co, ye.ipus@udla.edu.co

Resumen

El presente artículo se realizó con el fin de presentar la capacidad de análisis y comprensión que tienen los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Normal Superior (I.E.N.S) de Florencia hacia los diagramas de barras. Se revisaron los diferentes procesos de observación en las evaluaciones que entrega el Ministerio de Educación para este grado en el área de estadística, evidenciando que se manejan en gran medida los gráficos de barras. Se implementaron medidas para la recolección de datos propiamente autónomas del equipo de trabajo investigativo, obteniendo unos resultados significativos que presentaremos a lo largo de la comunicación.

Palabras clave. Gráficos de barras, observación, Análisis.

Introducción

Actualmente, la estadística es tema de todos, y se maneja desde los niños hasta los adultos, dado que diariamente nos encontramos con situaciones en donde debemos tener conocimientos básicos o espontáneos con respecto a este tema y sus conceptos más comunes, aunque no hay duda de que la mayoría de las personas no son conscientes al usarlos. El sistema educativo trabaja en competencias, pero es fundamental tener bases antes de abordar cierto tema para alcanzar los objetivos académicos, en este caso, se hace referencia a la estadística, y más claramente a los diagramas de barras.

Los diagramas más comunes presentados en evaluaciones estadísticas realizadas a los estudiantes son los diagramas de barras y circulares. A simple vista los diagramas de barras parecen uno de los más fáciles para la comprensión, sobre todo en grado 4º y 5º primaria, pero, la comprensión hacia estos diagramas es superficial en algunas ocasiones. Esta investigación va fundamentada a la comprensión que tienen los estudiantes hacia los diagramas de barras en todos los aspectos, no solo el manejo de los datos cualitativos o cuantitativos presentados, sino, desde el fondo, es decir, la capacidad de analizar la búsqueda para la recolección de datos, solo con el diagrama presentado.

Desarrollo de la Comunicación

Los diagramas de barras son utilizados para representar datos de variables cualitativas, en este caso se utilizaron diagramas de barras simples y agrupados, los cuales evidenciaron la capacidad de interpretación de los estudiantes. La medida más efectiva fue el trabajo cooperativo, ya que se efectuó en parejas la recolección de datos por medio de una encuesta que constaba de tres puntos esenciales: el primero era con intención de captar el nivel de interpretación que se tenía con respecto a la información brindada en diagramas de barras. El segundo aparte de interpretación buscaba recoger información argumentativa por parte de los participantes o estudiantes. Y el tercero explorar la capacidad de creación o invención de gráficos de barras teniendo un grupo de datos.

El procedimiento fue realizado en parejas con la participación de 18 estudiantes del grado 5º de la I.E.N.S de Florencia, y sin ayuda tecnológica, bibliográfica, etc., en un espacio académico de dos horas. Simplemente con la intención de analizar la comprensión de los estudiantes con este tipo de gráfico estadístico.

Para analizar las respuestas dadas por los estudiantes se organizó una tabla en Excel que permitió la identificación de las respuestas y sus patrones evidenciando un buen resultado en la recolección de datos, pues se identificó que fueron más las respuestas acertadas, lógicas y precisas.

Se planteó una encuesta dividida en tres partes, sus divisiones y resultados son presentados a continuación:

En la encuesta realizada a los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Normal Superior, se implementó como primer punto el análisis de dos diagramas de barras, con el fin de que los estudiantes expusieran los errores o falencias que tenían los enunciados expuestos en la encuesta, dividido en parte A y B, utilizando lenguaje probabilístico o de aproximación.

Este primer punto tenía la intención de explorar de manera básica y superficial la capacidad de análisis que tienen los estudiantes, y se puede explorar en la parte A que hay respuestas satisfactorias ante la elección de los enunciados.

La intención de este punto era buscar en el estudiante la interpretación, por ende, se asignó un enunciado que pedía dos respuestas correctas entre los tres criterios que se daban de acuerdo a un diagrama de barras agrupado, pero, el punto B de la pregunta no estaba igual, es decir, estaba al contrario del punto A, tenía dos respuestas incorrectas y una correcta.

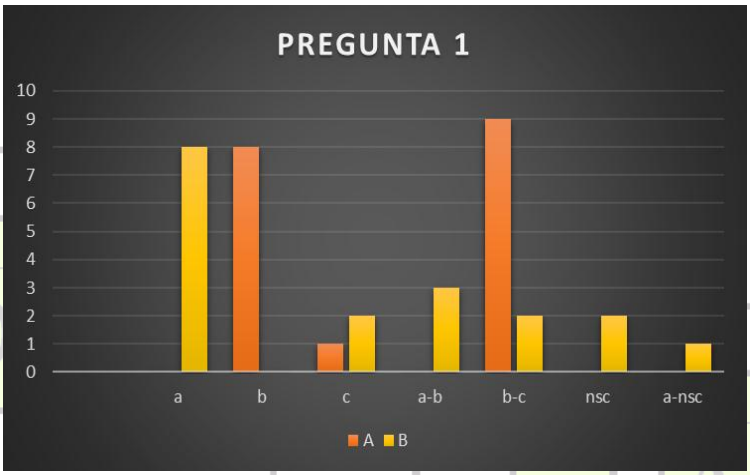
Grupo de Investigación en Educación Estocástica

PREGUNTA 1		
CRITERIO	A	B
a	0	8
b	8	0
c	1	2
a-b	0	3
b-c	9	2
nsc	0	2
a-nsc	0	1

Los criterios correctos en el punto A son el b y c, como se demuestra en la tabla 1, la mayoría de los estudiantes, exactamente 17 escogieron las respuestas correctas y solo 1

seleccionó una errónea. Con esto, presentamos como iniciativa el logro que se obtuvo desde el comienzo de esta actividad.

En el punto B, fue muy satisfactorio al analizar los resultados. Teniendo en cuenta que el único criterio correcto era el a, observando la tabla 1, presentamos que sí resultó bien el cambio del número de respuestas correctas, ya que los estudiantes se dieron a la tarea de mencionar que estaba bien la a, o que estaba correcta la a y las otras dos con "nsc" (no son correctas). Señalando que se utilizó lenguaje probabilístico como "casi igual" algunos mencionaron que ninguno de los criterios era correcto.



Para mostrar un mejor análisis a los lectores se presenta el siguiente diagrama:

En este caso, se esperaba encontrar que los estudiantes por simple seguimiento de la orientación seleccionaran criterios erróneos, pero al contrario se recogieron pruebas valiosas de que sí se tiene un cierto manejo respecto al análisis superficial de los diagramas.

Dificultades presentadas

La pregunta 2 de la encuesta tenía el objetivo de identificar si se tenían dificultades al interpretar o analizar un gráfico de barras. Esta, simplemente pedía la opinión de qué se observaba en dicho gráfico. A continuación, los resultados

Tabla 2.

PREGUNTA 2			
CRITERIO	***BUEN MANEJO DE DATOS***	***VANA INTERPRETACIÓN***	***NO HAY RESPUESTA***
*		9	1
Completo	1		
m, m, m	3		
Más	1		
Menos	0		
más y menos	3		
TOTAL	8	9	1

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Para analizar la información, se dieron tres puntos: “BUEN MANEJO DE DATOS: completo, “m, m, m” (más, menos, mitad), más, menos, “más y menos””. “VANA INTERPRETACIÓN”, el cual se referenciaba con “*”, al igual que “NO HAY RESPUESTA”. En el completo, el estudiante logra interpretar y argumentar los datos obtenidos de las gráficas; en el “m, m, m” el estudiante solo interpretó la de mayor, mitad y menor frecuencia; en más, el estudiante solo interpretó la de mayor frecuencia sin tener en cuenta los demás datos; en menos, el estudiantes observó e interpretó el de menor frecuencia; más y menos, el estudiante interpreta el de mayor y menor frecuencia sin tener en cuenta más observaciones cualitativas. En vana interpretación el estudiante se quedó corto a la hora de describir lo que observaba en todo el gráfico y sólo logró representar el número de frecuencia.

Conclusiones

El interés de analizar el conocimiento que se tenía en el grado quinto hacia este objeto estadístico aumentó en el momento de observar que sí se tenía manejo del tema y era trabajado comúnmente en el aula de clase.

Los participantes de la encuesta a pesar de tener una trayectoria en el tema eran un poco tímidos e inseguros, Sin embargo, en la medida que pasaba el tiempo y se realizaba el ejercicio, se involucraron más y se logró completar los puntos o interrogantes expuestos en los objetivos del proyecto. Además, se dio una respuesta concisa al problema de investigación, los estudiantes de quinto sí tienen comprensión ante los diagramas de barras, lamentablemente es muy básico el análisis que realizan a este objeto estadístico, pero se necesitaría una estructura mucho más amplia para exponer el por qué los estudiantes no alcanzan las competencias académicas consideradas en los DBA en el nivel 4º y 5º. Anteriormente, se presentaron tres competencias que se seleccionaron para llevar a cabo la investigación, pues de ahí tomamos la base creyendo que estos sí eran implementados de manera adecuada y completa en las aulas de clase. La representación e interpretación de los diagramas de barras en los estudiantes de quinto de la I.E.N.S no es la más justificada, pero, valoramos que a pesar de no tener una clase previa que retomara conceptos y conocimientos antes vistos, los resultados de la encuesta como tal fueron significativos.

Referencias

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Arteaga, P., Díaz, D., & Batanero, C. (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/9370/1/3255-8837-1-PB.pdf.

Serrano, L. (2009). Tendencias actuales de la investigación en educación estocastica. Recuperado de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/libroluis.pdf

Batanero, C., & Godino, J. D. (2001). *Analisis de datos y su didactica*. Materias para la asignatura. Departamento de Didactica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf

Diseño de una estrategia didáctica para fortalecer la competencia matemática comunicativa en estudiantes del modelo educativo postprimaria de la Institución Educativa San Francisco de la Sierra – Sede Delicias

Jenifer Barajas Gómez
Lizeth Yamile Ibatá Prada
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
jbgomez@ut.edu.co
lyibatap@ut.edu.co

Resumen

Los bajos resultados en el área de matemáticas de las pruebas Saber de la Institución San Francisco de la Sierra sede Delicias en el sector rural del municipio de Lérida-Tolima y con modelo pedagógico flexible postprimaria, habilitan la posibilidad de indagar sobre sus procesos de enseñanza y aprendizaje, además de las estrategias y recursos que se implementan durante las clases. Particularmente esta investigación, pretende diseñar una estrategia que fortalezca la competencia matemática comunicativa, dado que, los estudiantes no solamente deben ser capaces de resolver ejercicios matemáticos, sino además de ello, deben desarrollar habilidades que le permitan comprender, razonar y comunicar conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana.

Finalmente, este trabajo investigativo se desarrolla mediante un enfoque cualitativo de alcance descriptivo-explicativo y diseño de investigación acción, en el cual se emplean las técnicas de observación de las clases con un instrumento de guía de observación y la prueba estandarizada a educandos del grado noveno. Los cuales han generado los siguientes resultados parciales: 1. Los docentes del área de matemáticas orientan sus clases únicamente a partir del libro guía del ministerio de educación y con sólo la ayuda del tablero. 2. Los estudiantes demostraron dificultad en la competencia matemática comunicativa para resolver y justificar las respuestas del test.

Palabras claves: Competencia Matemática Comunicativa, Estrategia Didáctica y Postprimaria.

Introducción

La presente investigación aborda la problemática de los bajos resultados que reflejan los estudiantes de la Institución Educativa San Francisco de la Sierra sede Delicias en las pruebas Saber de los últimos tres años, específicamente en el área de las matemáticas, en relación con el

insuficiente desempeño de las competencias de resolución de problemas, razonamiento y comunicación.

Ahora bien, una persona competente matemáticamente es aquella que adquiere la habilidad y la destreza de emplear los conocimientos matemáticos en cualquier contexto, bien sea para resolver situaciones de la vida cotidiana o incluso de la misma matemática (Ministerio de Educación Nacional, 1998). Por tal razón, es esencial que todos los miembros de la sociedad adquieran la capacidad de razonamiento, deducción y modelación, además, como complemento a estas, se debe fortalecer la competencia matemática comunicativa, pues se asume que, es gracias a ella que el ser humano puede argumentar, justificar, interpretar y/o expresar sus ideas de manera oral o escrita.

Por tanto, el objetivo principal es diseñar una estrategia didáctica que fortalezca la competencia matemática comunicativa, considerando que dicha estrategia integrada por una unidad didáctica dinamice el proceso de enseñanza-aprendizaje, además de contribuir al progreso y mejora de la calidad de la educación rural; dado que la institución educativa está basada en la corriente pedagógica constructivista y la sede en Delicias en particular acoge el modelo educativo flexible Postprimaria, el cual pretende facilitar y permitir el acceso a la educación a los jóvenes pertenecientes a este sector.

Desarrollo de la Comunicación

En el desarrollo de la investigación se establecieron tres categorías de análisis para la elaboración del marco teórico, como lo son: Competencia matemática comunicativa, estrategia didáctica y postprimaria.

Competencia Matemática: Niss, (2002) la define como la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en diversas situaciones y contextos internos y externos a las mismas, en los cuales las desempeñan algún rol relevante, (Citado por Ramírez, 2009). Además, según Rico y Lupiáñez, (2008) es la práctica de un saber mediante herramientas matemáticas, las cuales se implementan en tantos contextos como le sea posible. De igual modo, PISA la define como "La capacidad de identificar y comprender el rol que las matemáticas juegan en el mundo, hacer juicios fundamentados, usar las matemáticas para satisfacer las necesidades de la vida". (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, 2006, p.16). Así mismo, el Gobierno Vasco la define como la habilidad para interpretar y expresar con claridad informaciones, datos y argumentaciones; a su vez, implica manejar los elementos matemáticos básicos en situaciones de la vida cotidiana.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Competencia matemática comunicativa: Los lineamientos curriculares enfocan la comunicación como una necesidad común de todos los seres humanos en todas las actividades. Puesto que cada persona deber ser capaz de "expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente. Debe comprender, interpretar ideas que son presentadas oralmente y por escrito. Hacer observaciones, formular preguntas y producir argumentos persuasivos y convincentes" (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.74)

Además, plantean que para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente se requiere constituir contextos de clases en el que la comunicación sea una destreza natural, en el cual la retroalimentación de ideas sea evaluada por todos.

Estrategias Didácticas: Según Benedito, (2000) son "un conjunto planificado de acciones y técnicas que conducen a la consecución de objetivos procedimentales durante el proceso educativo" (p.112). Por otro lado, Viloria & Godoy (2010) mencionan "son una serie de pasos, habilidades, métodos, técnicas y recursos que se planifican de manera flexible para ayudar al educando a obtener un aprendizaje significativo" (p.105). Por otra parte, Según Boix, (1995) hacen alusión a una secuencia planificada y ordenada de recursos y actividades empleados en el quehacer docente para facilitar el aprendizaje. En este orden de ideas, las investigadoras definen las estrategias didácticas como un conjunto planificado, ordenado y mancomunado de métodos, técnicas, acciones y recursos empleados para dar efectividad al proceso educativo, el cual conduce al docente en su proceso de enseñanza y ayuda al educando a alcanzar un aprendizaje significativo.

Postprimaria. El Ministerio de Educación Nacional, (2014a) define Postprimaria como un modelo educativo flexible, dirigido a los niños y jóvenes entre los 12 y 17 años de edad, pertenecientes a zonas rurales del país. Este modelo ofrece un sistema de organización educacional que permite continuar la educación básica secundaria de sexto a noveno grado a los estudiantes provenientes de centros educativos con modelo pedagógico Escuela Nueva.

Pero, ¿Qué se entiende por modelo educativo flexible?, Según Ministerio de Educación Nacional, (2014b) "Los modelos educativos flexibles son propuestas de educación formal que permiten atender a poblaciones diversas o en condiciones de vulnerabilidad, que presentan dificultades para participar en la oferta educativa tradicional" (parr.1). Además de ello, estos modelos pretenden responder las necesidades de la población a quien son dirigidos. Así mismo, cuentan con procesos de gestión, administración, capacitación y seguimiento constante (Ministerio de Educación Nacional, 2014b).

Metodología.

El diseño metodológico empleado está dado bajo un enfoque cualitativo, con un alcance descriptivo e implementado el diseño investigación-acción. Lo anterior se tomó como referencia de Tamayo, (1999) y Hernández, Fernández y Batista, (2010) quienes manifiestan que la investigación-acción es un diseño adecuado para el análisis de las investigaciones cualitativas de enfoque social, en donde su finalidad permite inferir, concluir, evaluar, analizar y comparar la información obtenida de los instrumentos aplicados.
Las fases de la presente investigación son:

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Fase 1: Detectar el problema de investigación. En esta fase las investigadoras observan y analizan todas las situaciones que están involucradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de matemáticas, para así identificar los aspectos que afectan dicho proceso. Es en este momento, se detecta un déficit o un escaso dominio de la competencia matemática comunicativa, a partir de los resultados de las pruebas saber noveno de los últimos tres años (2015, 2016 y 2017).

En la tabla 1, se puede constatar que, en los años mencionados anteriormente, más del 50% de los estudiantes no ha adquirido ni desarrollado apropiadamente la competencia matemática comunicativa; además, esta problemática no solo se evidencia en el establecimiento educativo sino también en la entidad territorial certificada (Tolima) y a nivel Nacional (Colombia).

Tabla 1. Porcentaje de estudiantes que no demuestran dominio de la competencia matemática comunicativa

AÑO	ESTABLECIMIENTO EDUCATIVO	ENTIDAD TERRITORIAL CERTIFICADA	COLOMBIA
2015	60%	50%	45%
2016	70%	63%	59%
2017	53%	53%	48%

Fase 2: Elaborar un plan para generar un cambio:

En esta fase se plantean los objetivos de la investigación, en donde se pretende diseñar una estrategia didáctica que contribuya al fortalecimiento de la competencia matemática comunicativa. para lograr lo anterior las investigadoras deben realizar una revisión documental, con el fin de evidenciar aquellas estrategias didácticas que han sido implementadas por otros docentes para el fortalecimiento de la competencia comunicativa, además, se llevará a cabo un proceso de observación e indagación en las clases de matemáticas de la institución Educativa San Francisco de la Sierra sede las Delicias, con el propósito de determinar las estrategias y los recursos didácticos que son implementados por el docente de matemáticas de la institución mencionada anteriormente.

Fase 3: Implementar el plan: En esta fase, se realiza la pesquisa bibliográfica con el objetivo de encontrar trabajos a nivel internacional, nacional y local donde se implementen estrategias didácticas para el fortalecimiento de la competencia matemática comunicativa. Adicionalmente, se realizan las observaciones de clases a los profesores de la institución para identificar las estrategias que implementa el docente para el desarrollo de sus clases, esta actividad se efectúa una vez por semana, en clases de dos horas. Así mismo, se aplica un test matemático a los estudiantes, con la intensión de detectar en que aspectos de la competencia matemática comunicativa se evidencia mayores falencias.

Fase 4: Evaluar resultados: En esta etapa, se analiza la información recolectada, se determina si las estrategias implementadas en la clase de matemáticas por el docente de la institución u otros docentes, contribuyen o no al fortalecimiento de la competencia matemática comunicativa.

Fase 5: Elaboración de la estrategia: A partir de los resultados obtenidos en la etapa anterior, se procede a la elaboración de la estrategia didáctica, la cual debe tener en cuenta aquellas estrategias que han sido implementadas en otros trabajos y han obtenido éxito, como también debe considerar la información derivada del test aplicado a los estudiantes.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Resultados Parciales

Los docentes del área de matemáticas orientan sus clases únicamente a partir del libro guía de postprimaria que suministra el Ministerio de Educación, sin implementar guías propias o estrategias acordes a las necesidades de los educandos, así mismo como único material de apoyo se tiene el tablero, es decir no implementan para el desarrollo de sus clases materiales didácticos o tecnológicos.

Por otra parte, los estudiantes evidenciaron dificultad en la competencia matemática comunicativa, puesto que, en el momento de justificar las respuestas de las preguntas del test, algunos de los alumnos se expresan de manera verbal escrita, sin comunicar de forma algebraica los procedimientos que los llevan a la respuesta. Mientras otros estudiantes responden a las preguntas de forma algébrica pero no encuentran la manera de comunicar las justificaciones de sus procedimientos. Aun así, pese a las diferentes justificaciones de las respuestas escogidas por los estudiantes, la mayoría son erróneas.

Referencias

Area Moreira, M. (1993). *Unidades Didácticas E Investigación En El Aula.* Las Palmas De Gran Canaria: Librería Nogal Ediciones.

Barragán Romero, J. B. (2013). *Análisis, Diseño E Implementación De Un Programa Educativo De Salud Comunitaria, En El Marco Del Modelo Pedagógico De Posprimaria Rural.* Ibagué: Universidad Tecvirtual Escuela De Graduados En Educación.

Barrantes Campos, H., & Araya Vega, J. A. (2010). *Competencias Matemáticas En La Enseñanza Media. Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática*, 39-62.

Benedito, E. (2010). *Didáctica De La Matemática Moderna.* México: Trillas.

Benítez Mojica, D., Mederos Anoceto, O., Londoño Millán, N., & Ruiz Valdés, L. (2010). *El Desarrollo De Competencias Disciplinares De Matemáticas En El Ámbito Escolar. Memorias Del Tercer Encuentro Nacional De Profesores De Ciencias Exactas Y Naturales. Las Tic En El Proceso De Aprendizaje.* (Págs. 4-12). Ibagué: Universidad De Ibagué.

Boix, R. (1995). *Estrategias Y Recursos Didácticos En La Escuela Rural.* Barcelona: Graó De Serveis Pedagogics.

Cáceres P, B., Del Valle Carballo P, K., & Péfaur V, J. (2016). La Sistematización De La Unidad Didáctica En Educación Ambiental: Una Aproximación Desde Una Experiencia En La Ruralidad. *Educere*, 249-257.

Cardoso Espinosa, E., & Cerecedo Mercado, M. (2008). El Desarrollo De Las Competencias Matemáticas En La Primera Infancia. *Revista Iberoamericana De Educación*(47), 1-11.

Crece. (2001). *Experiencias Alternativas Para La Expansión Del Acceso A La Educación Secundaria Para Los Jóvenes En Las Zonas Rurales: El Sistema De Aprendizaje Tutorial (Sat) Y El Modelo De Posprimaria Rural De Escuela Nueva.* Manizales: Centro De Estudios Regionales Eafeteros Y Empresariales.

Díaz Barriga Arceo, F., & Hernández Rojas, G. (2002). *Estrategias Docentes Para Un Aprendizaje Significativo. Una Interpretación Constructivista.* (Segunda Ed.). México: Mcgraw-Hill Interamericana.

Díaz Barriga, Á. (2013). *Guía Para La Elaboración De Una Secuencia Didactica.* México.

Gobierno Vasco. (S.F). *Competencia Matemática.* España: Departamento De Educación, Universidades E Investigación.

Grajales, B. (2016). *Las Actividades Orientadoras De Enseñanza: Posibilidad Para Movilizar La Actividad De Enseñanza Del Maestro Que Enseña Matemáticas En Un Contexto Rural.* Universidad De Antioquia.

Habermas, J. (1981). *Teoria De La Acción Comunicativa I.* Madrid.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2010). *Metodología De La Investigación.* México: Mcgraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. De C.V. .

Icfes. (2016). *Informe Por Entidad Territorial Certificada.* Siempre Día E.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares.* Bogotá.
Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Manual De Implementación Del Modelo Postprimaria Rural.* Bogotá: Ministerio De Educación Nacional.
Ministerio de Educación Nacional. (25 De Julio De 2014a). *Postprimaria.* Obtenido De Https://Www.Mineducacion.Gov.Co/1759/W3-Article-340091.Html
Ministerio de Educación Nacional. (24 De Octubre De 2014b). *Modelos Educativos Flexibles.* Obtenido De Https://Www.Mineducacion.Gov.Co/1759/W3-Article-340087.Html
Ministerio De Educación Nacional. (10 De Abril De 2018). *Colombia Aprende.* Obtenido De Http://Aprende.Colombiaaprende.Edu.Co/Es/Node/107737
Ministerio De Educación Nacional. (29 De Marzo De 2018). *Portafolio De Módelos Educativos Flexibles.* Ministerio De Educación Nacional.
Organización Para La Cooperación y El Desarrollo Económico (Ocde). (2005). *La Definición Y Selección De Competencias Clave.*
Ramírez Arteaga, Á. M. (2009). *La Competencia De Comunicación En El Desarrollo De Las Competencias Matemáticas En Secundaria.* Barcelona.
Restrepo Gómez, B. (2002). *Investigación En Educación.* Bogotá, Colombia: Arfo Editores E Impresores Ltda.
Tamayo & Tamayo, M. (1999). La Investigación. En *Aprender A Investigar* (Pág. Módulo 2). Bogotá: Arfo Editores Ltda.
Tobón, S. (2006). *Aspectos Básicos De La Formación* . Chile.
Viloria, N., & Godoy, G. (2010). Planificación De Estrategias Didácticas Para El Mejoramiento De Las Competencias Matemáticas De Sexto Grado. *Investigación Y Postgrado, 25*(1), 95-116.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Modelos cognitivos para el estudio del pensamiento estadístico

Yilton Riascos Forero, M.Sc., Ph.D.
Universidad del Cauca, Cauca, Colombia
yirifo@unicauca.eud.co

Resumen

A nivel mundial se han desarrollado, y continúan siendo desarrollados, por profesores e investigadores, modelos para evaluar las formas de pensar y resolver problemas utilizando la estadística. El propósito de estos modelos va desde ayudar a entender cómo los estudiantes resuelven problemas, hasta el desarrollo de instrumentos para la investigación educativa. Estos modelos han surgido a partir del estudio de perspectivas particulares y usos principales que se hace de la estadística. En este documento comparamos y algunos modelos de evaluación del pensamiento estadísticos que se han venido utilizando en la investigación en educación estadística (Ben-Zvi & Friedlander, 1997; Jones, Thornton, Langrall, Mooney, Perry & Toque, 2000) con otros que se surgen desde la disciplina estadística y otras disciplinas cercanas (Will & Pfannkuch, 1999; Hoerl & Snee, 2001). Utilizando estos modelos, se discute sobre problemas que incluyen su desarrollo y utilidad, teniendo en cuenta cómo pueden complementarse entre si y lo que podemos aprender de ellos.

Palabras clave. Modelos Cognitivos, Pensamiento Estadístico, Educación Estadística

Introducción

Estadísticos e investigadores de educación estadística reconocemos el papel de los modelos usados en la construcción e interpretación del mundo que nos rodea. Si se construyen modelos mentales para propósitos cognoscitivos, o externos para propósitos de comunicación, la función de un modelo es proporcionar un recuento organizado y global de un proceso, incluyendo las relaciones abstractas. Fischbein, (1987) cree que un buen modelo no sólo debe tener la función de ser una entidad autónoma sino también, simultáneamente, debe ser "un mediador fiel entre la situación original y la actividad intelectual del que la aborda" (pág. 126). Teniendo en cuenta esto, una segunda función de un modelo es que actúe como una herramienta de razonamiento que permita controlar algunos procesos mentales y ofrezca ayuda cuando se está pensando productivamente. Según Brown, (1998) los beneficios de tales modelos en la educación, es que proporcionan un vocabulario y un sistema de clasificación que ayuda a las personas a pensar en una forma de enfocar el camino en un área como la matemática, lo que puede llevar a diferentes conceptualizaciones sobre el contenido de esta área. También es un

medio a través del cual procesos como pensar, discutir, construir teorías extensas y actuar pueden ser operacionalizados. Esto es similar a la ruta pensada por los estadístico sobre sus modelos cuando declaran que ellos proporcionan un vocabulario normal así como herramientas que son útiles para compartir, discutir y aprender entre sí (Hoerl & Snee, 2001). Ambos, educadores y estadísticos reconocen que aunque a los modelos se les puede simplificar la complejidad, pueden ser, no obstante, útiles. Así, estos modelos deben permitirnos pensar y comunicar de manera eficaz el conocimiento sobre fenómenos complejos.

Los estadístico Hoerl y Snee, (2001) creen que "la manera más eficaz de crear procesos de conocimiento es desarrollar un modelo que describa la conducta del proceso" (pág. 230). Ellos piensan que la construcción de un modelo ayudaría a profundizar en el conocimiento y a entender más acerca del proceso. Brown, (1998) un educador, sin embargo, advierte que los buenos constructores deben reconocer que los modelos son un producto de su propia perspectiva que podría estar basada en teorías intuitivas y/o particulares. Por ejemplo un modelo podría estar basado en su comprensión de pensamiento estadístico, estadística, pedagogía, conocimiento cognoscitivo, tipo de datos coleccionado, interpretación de los datos, y el marco construido. Debido a estas limitaciones resultaría que construir un modelo de una situación ayuda al pensamiento y estimula la visión sobre esa situación.

La estadística es considerada por algunos estadísticos y educadores estadísticos como una forma de pensamiento así como un cuerpo específico de conocimientos. Esta forma de pensamiento, que es principalmente implícita, está formulándose ahora explícitamente como marcos o modelos. El estadístico y el educador están modelando la actividad intelectual en el dominio estadístico partiendo de observar e intentar entender, de alguna manera, patrones de reflexión de los estudiantes en el aula de clase de estadística o patrones de reflexión de sus experiencias colectivas en la disciplina estadística. Por consiguiente tenemos modelos de pensamiento estadístico desarrollados por estadísticos y otros por educadores. Utilizando estos modelos desarrollados en ambas áreas, los compararemos discutiendo cómo podrían complementarse entre si, y considerando lo que podemos aprender de ellos.

En este documento se comparan cuatro modelos de pensamiento estadísticos, dos originados de la investigación en educación de estadística, los de Jones y otros (2000) (Modelo JT) y de Ben-Zvi y Friedlander, (1997) (Modelo BF), y dos que se originan de la disciplina estadística y otras disciplinas, los de Will y Pfannkuch, (1999) (Modelo WP) y de Hoerl y Snee, (2001) (Modelo HS). Debido a que no se ha discutido la interpretación de los modelos con los autores respectivos, se debe reconocer que la discusión está sujeta a prejuicios, incomprensiones, modelos tácitos y razonamiento imperfecto de quien los presenta.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Desarrollo de la Comunicación

El Modelo JT

El propósito del modelo JT es proporcionar un cuadro de evaluación coherente de lo que los niños piensan y su conocimiento cognoscitivo. El modelo presenta una matriz cuatro por cuatro que tiene cuatro niveles de pensamiento (idiosincrásico, de transición, cuantitativo, analítico) basado en la teoría de la taxonomía SOLO de Biggs y Collis, (1982) y cuatro constructos claves para el análisis estadístico (describir los datos presentados, organizar y reducir los datos, representar los datos, analizar e interpretar los datos). Es un modelo secuencial en el que se asume que los estudiantes proceden a través de cada uno de los niveles de

pensamiento para cada constructo. También es un modelo jerárquico como lo requieren los niveles alto y bajo del pensamiento. Jones y otros, (2000) usan este modelo para demostrar el crecimiento del pensamiento de los niños de 1º a 5º Grado. Se presentan preguntas específicas en cada constructo a los estudiantes y se evalúa el nivel de su respuesta. El modelo también es un instrumento de medida para categorizar las respuestas de los estudiantes y da las descripciones detalladas de los tipos de pensamiento esperados para cada celda de la matriz. Jones y otros, (2000) muestran que el modelo JT puede usarse para informar acerca de la enseñanza y predecir el tipo de pensamiento que ocurrirá en los estudiantes. Esto debe permitir a los diseñadores de currículos y maestros construir secuencias de enseñanza y tareas de aprendizaje que estén dentro de las capacidades de los estudiantes.

El Modelo BF

El propósito del modelo BF es definir y caracterizar los niveles de pensamiento observado en niños de 13 a 15 años de edad en un experimento de enseñanza. Presenta una matriz de la forma uno por cuatro (Modo 0: Pensamiento no crítico, Modo 1: Uso significativo de una representación, Modo 2: Manejo significativo de representaciones múltiples: las habilidades de la metacognición en vías de desarrollo, Modo 3: Pensamiento creativo), con éste se puede documentar posibles fases de desarrollo del pensamiento y proporcionar ejemplos de respuestas de los estudiante para que sean clasificadas en cada nivel. Estas fases pueden ser observadas a través de la forma como los estudiantes, de acuerdo con su elección, analizan sus datos y sacan conclusiones al resolver un problema utilizando la estadística. Se asume que el modelo es un modelo activo que requiere de refinamiento. Los investigadores piensan probar el modelo con más datos para verificar si las fases de desarrollo identificadas son jerárquicas o no y si los estudiantes están pasando linealmente en cada fase.

El Modelo WP

Este modelo se construyó a partir de un ciclo de preguntas empíricas, históricas y de conocimiento estadístico. Su propósito es describir cómo las personas piensan dentro de la disciplina estadística. Tiene cuatro componentes separados o dimensiones (Ciclo investigativo, tipos de pensamiento, ciclo interrogativo y disposiciones) y exige que las personas piensen simultáneamente cada dimensión. Es no jerárquico con dos dimensiones que son secuenciales y dos que no lo son. Este modelo de pensamiento permite observar la manera de actuar de los estadísticos profesionales y la forma como los estudiantes de estadística, en sus proyectos, describen su acercamiento al problema a resolver. Se han observado los principios de tales procesos de pensamiento subsecuentemente en estudiantes del nivel medio que en la escuela resuelven situaciones con la estadísticas (Rubick, 2000 & Yoon, 2001). El modelo es un esfuerzo inicial por mostrar una apreciación global del pensamiento estadístico y refinamientos a los nuevos modelos que pueden surgir. En cada dimensión se dan categorías pero el significado de cada categoría necesita mayor clarificación y ampliación extensa.

El Modelo HS

Este modelo documenta los procesos y procedimientos usados en la solución de problemas y el mejoramiento de procesos. Promueve una manera de pensamiento estadístico

involucrado para mejorar algún aspecto de un negocio o sistema, así como una manera de ver el mundo. Este modelo comprende cuatro modelos principales, modelo de la apreciación global (modelo de pensamiento estadístico), dos modelos para usar y trabajar con él (estrategia de solución de problemas, estrategia de mejora de proceso) y el modelo de evaluación (elementos importantes del pensamiento estadístico). El modelo de apreciación global ilustra un ciclo de preguntas en forma lineal, mientras los dos modelos activos son organigramas que dan una sucesión de pasos identificables donde cada paso incluye las sugerencias por pensamiento y las herramientas a usar. El modelo de evaluación es una lista de control de los elementos importantes del proceso, la variación y los datos para determinar si hay evidencia de que el pensamiento estadístico se está utilizando dentro de una organización. Estos modelos son basados en la experiencia en el campo, la filosofía y teorías de personas como W. Edwards Deming (por ejemplo, 1986) y Peter Senge, (1990) y se ha desarrollado desde hace varios años.

Comparación de los Modelos

Todos estos modelos podrían ser considerados como las explicaciones provisionales de la actividad intelectual dentro de dominios estadísticos. Al comparar estos modelos estamos de acuerdo a lo declarado por Box, (1979) sobre los modelos: "La pregunta pertinente no es "¿Cuál es el mejor?", pero estos diferentes modelos juegan un papel en ese caso, ¿cuál es?" (p. 2).

Estos modelos y los supuestos en que se basan, pueden ser clasificados como multi-modelos o modelos de entidades únicas. Los modelos WP y HS reconocen que varios modelos diferentes son operacionalizadores del pensamiento estadístico como se muestra en los diferentes tipos de pensamiento involucrados en el pensamiento estadístico mientras que los otros dos están basados en la noción de modelo único como se muestra en las fases del desarrollo del pensamiento estadístico. Un modelo único puede transmitir claridad pero al mismo tiempo puede considerar sólo un aspecto principal del pensamiento, mientras que los multi-modelos, aunque difíciles de asimilar, muestran la posibilidad de que el pensamiento estadístico pueda verse como una actividad compleja. El modelo JT asume que el crecimiento del aprendizaje se da según la edad y que todos los estudiantes procederán a través de las fases de ese modelo.

El modelo HS no asume el que todos podemos operar al mismo nivel de capacidad. Es usado por líderes que involucran a personas en diferentes niveles, dependiendo de su posición en la jerarquía de trabajo, pero todos los que participan en el sistema entienden por qué están usando este modelo. Ambos modelos, sin embargo, parecen afirmar que ese crecimiento del aprendizaje viene de estar comprometido en un proceso a través de un periodo largo de tiempo. El modelo JT fue diseñado para describir cómo, estudiantes que habían sido expuestos a largos tiempos para aprender sobre cómo pensar con herramientas estadísticas, alcanzaron niveles más altos de pensamiento. El modelo HS describe cómo se producen los aumentos de conocimiento a través de una sinergia cíclica entre los datos y el conocimiento contextual.

Los modelos pueden, simultáneamente, ser prácticos y teóricos. El acercamiento práctico se ejemplifica en los modelos HS y JT cuando se planea que su propósito sea llegar a ser utilizado por otras personas. El modelo HS les muestra a las personas cómo el pensamiento estadístico y otros actos son una guía para que sigan cuando se encuentran en el proceso de resolver un problema. El modelo JT les muestra a los maestros el nivel al que sus estudiantes están trabajando en lo que se refiere a su capacidad de pensamiento y los actos como un indicador para seguir al planear las tareas de aprendizaje. Estos modelos se piensan para ser usados como herramientas de pensamiento para mejorar los procesos dentro del negocio (HS) o

en el aula de clases (JT). Aunque ambos modelos son utilitarios en la medida en que están basados en teorías bien desarrolladas y filosofías sobre el aprendizaje, el modelo HS está basado en la dirección y teorías de los sistemas sobre cómo uno aprende más de un proceso, mientras que el modelo JT está basado en la teoría SOLO para evaluar el estado actual del aprendizaje de un individuo.

Los otros dos modelos no se piensan para propósitos particulares, ellos son simplemente explicaciones de lo que se ha observado empíricamente. Dan cuenta de procesos de pensamiento que usan los estudiantes (BF) o estadísticos (WP). Su uso es solamente para que el diseñador habilite una encapsulación de ideas y comunique esas ideas a otros. Los autores no declaran que se hayan basado en una posición teórica particular aunque las teorías implícitas sobre pensamiento parecen estar presentes en el modelo BF que delinea fases de desarrollo de pensamiento mientras que el modelo WP es no-jerárquico y no-lineal. Las diferencias podrían ser que los dos modelos anteriores se conectan a tierra en una historia de desarrollo y que han sufrido muchos cambios considerando que los último dos son los modelos emergentes. Estos modelos emergentes pueden desarrollar las nuevas teorías para que se unan a las teorías existentes, o simplemente pueden morirse, considerando que los otros modelos pueden continuar con tal que sean usados por otras personas.

Cuando se consideran las características del pensamiento estadístico en estos modelos, parece que el modelo JT hiciera énfasis en describir, representar, organizar, reducir, analizar e interpretar los datos mientras que el modelo BF se enfoca en la búsqueda continuada por el significado, interpretación, pensamiento crítico, el manejo significativo de representaciones múltiples, habilidades meta-cognitivas y pensamiento creativo, y reconoce que el ciclo empírico mantiene las conexiones de los estudiantes para buscar el significado en forma más profunda. El modelo WP se enfoca en el ciclo de la pregunta empírica, las disposiciones requeridas para manejar el pensamiento, un ciclo interrogativo que actúa en el sentido meta-cognitivo como un evaluador para la información entrante, y tipos específicos de pensamiento para buscar las explicaciones, consideración de la variación e integrar el estadístico y el contexto. El modelo HS da énfasis a la comprensión que el problema es un componente importante junto con el conocimiento de la materia. Su enfoque está en buscar las causas, mientras se mejora un proceso, usando los datos para tomar decisiones, y resalta la comprensión de la variación como un elemento central. Estos modelos ofrecen representaciones bastante diferentes de pensamiento estadístico y probablemente dependen del contexto.

El modelo JT está típicamente dentro del contexto de los tipos de ejemplos usados en un aula escolar mientras el modelo de HS es para los tipos de problemas que las personas necesitan resolver dentro de una organización comercial. Los otros dos modelos se encuentran entre estos de alguna forma. En el caso del modelo BF el contexto era de estudiantes que resuelven los problemas de tipo autentico con los datos reales mientras que el contexto para el modelo de WP no era una agregación de las experiencias de estadístico en muchas disciplinas, sólo en Administración. Además, el modelo HS se diseña para promover o estimular la actividad intelectual productiva mientras los otros describen la actividad intelectual. Esto también puede considerarse para los diferentes tipos de pensamiento estadístico.

Los modelos, sin embargo, llevan un poco de similitud sobre las formas de pensamiento estadístico. Los mensajes similares parecen ser que el pensamiento está enfocado en los datos, hay interdependencia entre el razonamiento contextual y la base de datos y esos datos se usan para aprender en la esfera del contexto. Este aprendizaje es continuo y ocurre durante un período de tiempo. El aprendizaje empieza con un problema, con el que el aprendiz se compromete en una reserva mental y el proceso físico de cernir información de los datos empíricos para

averiguar lo que realmente están diciendo. Dentro de ese proceso, el aprendiz necesita saber razonar con herramientas estadísticas específicas y representaciones, cómo manipular y reorganizar los datos, y cómo representar los datos de múltiples formas. El proceso es analítico, involucra la síntesis y es evaluativo. Anteriormente todo el mensaje principal era que la estadística tiene sus propias maneras características de pensamiento y que estas maneras de pensamiento deben ser aprendidas por las personas.

Otros mensajes implícitos en los modelos levantan muchos problemas y preguntas. Para los educadores el mensaje implícito es que los maestros necesitan saber cómo sus estudiantes están pensando y ofrecer un cuadro de lo que los estudiantes pueden hacer, mientras que para los estadístico el mensaje es que los estudiantes necesitan otra herramientas para pensar más que las herramientas del análisis normal, aunque lo que se labra con estas herramientas es una manera de motivar el pensamiento. ¿Esto significa para el educador, que deben desarrollarse más las herramientas del pensamiento para sus estudiantes? ¿Las herramientas preliminares para apoyar el pensamiento antes de que las herramientas convencionales se introduzcan son posiblemente útiles? ¿Esto significa, para la estadística, que el tipo de herramienta producido debe estar más conectado con los procesos del pensamiento humanos? ¿Posiblemente deba desarrollarse un rango de herramientas para proporcionar diferentes procesos de pensamiento de las personas? Los estadístico creen que modelos útiles, simples y parsimoniosos, resaltan de cuatro a siete elementos, e integran las herramientas con el modelo (Snee, 1999). ¿Esto significa que los educadores deben volver a pensar los modelos que ellos están produciendo para que sean usados por maestros y estudiantes? Los educadores señalan que ese proceso meta-cognitivo, así como creador, que piensa que puede producir las representaciones no convencionales para comunicar lo visto en los datos, está envuelto en el pensamiento estadístico. ¿Deben los estadísticos producir más modelos de evaluación para verificar los procesos del pensamiento? ¿Pueden ellos encontrar más u otras maneras de valorar y nutrir el pensamiento creativo con la estadística? Los educadores encuentran que algunas representaciones estadísticas son difíciles de interpretar para los estudiantes. Deben los estadísticos desarrollar buenas herramientas o deben interponerse para que se desarrollen herramientas para el proceso de aprendizaje con mini-herramientas como las basadas en computadoras, desarrolladas por Cobb, (1999) junto con Gravemeijer, Doorman y Bowers. Los estadísticos han creado herramientas que dan énfasis a una forma de pensar. ¿Deben los educadores a futuro desarrollar tales herramientas para sus estudiantes? ¿O deben ellos cuestionar si tales herramientas ensancharán cauces o desencaminará el pensamiento de los estudiantes? Los modelos para el pensamiento estadístico parecen ser contexto-dependiente y dar representaciones diferentes de pensamiento estadístico. ¿Esto es debido a los diferentes puntos de vista sobre la naturaleza de la estadística y del pensamiento estadístico? ¿O es debido a conocer las experiencias de aprendizaje apropiadas para grupos de diferente edad? Pueden ilustrarse las perspectivas diferentes entre la educación y los negocios en el tipo de modelos construido. En la educación los fenómenos que están planeándose son básicamente los fenómenos de enseñanza y aprendizaje: "son realmente modelos de lo que las personas hacen cuando aprenden o enseñan matemáticas" (Kieran, 1998, p. 219). En el negocio los modelos son para "el acercamiento a una disciplina cuantitativa para la mejora de métrica definida por el fabricando, el servicio o los procesos financieros" (Hoerl & Snee, 2001, p. 476). El modelo de educación es para explicar la situación actual mientras el modelo comercial es para mejorar la situación. Los educadores podrían sostener que explicar la situación actual puede llevar a mejorar la forma como enseñamos y conceptuamos las estadísticas. El estadístico podría sostener que usar un modelo para mejorar la situación lleva primero a explicar o entender la situación y después a los métodos para mejorar el proceso.

Conclusiones

Todos los modelos intentan describir el proceso de cómo las personas son los enculturadoras en una forma de pensar estadísticamente y en una comunidad de práctica estadística. Lo que tenemos que aprender comparando estos modelos es lo que debemos tener claro al momento de su construcción: por qué lo estamos construyendo, su propósito y su utilidad. Debemos cuestionar si está en una forma que llevará a la discusión, a la mejora de la enseñanza o negocio si es lo que desea, si ayudará a que otras personas piensen productivamente, y lo que está comunicándose a otras personas. Debemos mirar los tipos de modelos que se producen en la educación y la estadística y ver si podemos utilizar algunos rasgos para mejorar los modelos en nuestros campos respectivos. Debe considerarse que las teorías en que estos modelos están basados determinan las cercanías y diferencias entre la educación y la estadística y si una teoría puede informar de otra. También debemos mirar, si al ser el pensamiento estadístico comunicado encontramos algunos mensajes universales entre educadores y estadísticos. Educadores y estadísticos enfatizan los modelos que permanecen, comunicando un vocabulario con otras personas, lo que sugiere que estadísticos y educadores deban desarrollar un idioma común a través de sus modelos para comunicar el pensamiento estadístico.

Conceptuar, caracterizar y promover una manera estadística de pensar son las bases sobre las que estos modelos se han construido. Educadores y estadísticos continuarán desarrollando más modelos para comunicar sus visiones en una forma estadística de pensar.

No se debe ignorar que el otro es una fuente potencial de la que ricas ideas están emanando.

Referencias

Ben-Zvi, D., & Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. In J. Garfield and G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 45-55). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Biggs, J., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the observed learning outcome).* New York: Academic.

Box, G. (1979). Some problems of statistics and everyday life. *Journal of the American Statistical Association, 74*(365), 1-4.

Brown, M. (1998). The paradigm of modeling by iterative conceptualization in mathematics education research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity,* Vol. 2 (pp. 263-276). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning, 1(1),* 5-43.

Deming, W.E. (1986). *Out of the crises*. Boston: M.I.T. Center for Advanced Engineering Study.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics.* Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Hoerl, R.W., & Snee, R.D. (2001). *Statistical thinking: Improving business performance*. Pacific Grove, CA: Duxbury.

Jones, G., Thornton, C., Langrall, C., Mooney, E., Perry, B., & Putt, I. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 2(4),* 269-307.

Kieran, C. (1998). Models in mathematics education research: A broader view of research results. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* Vol. 1 (pp. 213-225). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Rubick, A. (2000). *The statistical thinking of twelve Year 7 and Year 8 students*. Unpublished masters thesis, The University of Auckland, New Zealand.

Senge, P. (1990). *The fifth discipline: The art and practice of the learning organization*. New York: Doubleday/Currency.

Snee, R. (1999). Discussion: Development and use of statistical thinking: A new era. *International Statistical Review, 67(3),* 255-258.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review, 67(3),* 223-265.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (2006). Statistical thinking models. International Conference of Statistical Education.

Yoon, C. (2001). *An analysis of students' statistical thinking.* Unpublished masters dissertation, The University of Auckland, New Zealand.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Tareas de una Secuencia Didáctica para la Enseñanza de la Media Aritmética en grado 5º.

Johanna Alexandra Agredo, Mg©
Yilton Riascos Forero, Ph.D
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
johanita@unicauca.edu.co
yirifo@unicauca.edu.co

Resumen

Este trabajo, que se enmarca en una investigación de maestría, presenta las tareas de una secuencia didáctica diseñada para ayudar a la comprensión del significado de la media aritmética a estudiantes de grado 5º de una institución educativa del Departamento del Cauca (Colombia). Basados en los elementos del significado del concepto (Godino & Batanero, 1994), se proponen tareas a través de las cuales se espera que los estudiantes alcancen como objetivos de aprendizaje: 1. Realizar el cálculo de la media aritmética; 2. Dar una interpretación a la media aritmética considerando el contexto; 3. Probar las propiedades básicas de la media aritmética y 4. Reconocer cuándo emplear el concepto. Para probar esto, se determinan las condiciones en las que serán sometidas las tareas al escrutinio de los estudiantes esperando, a partir de los esfuerzos de solución, se evidencien y superen obstáculos en la comprensión del concepto. La pretensión de esta investigación es obtener los primeros elementos para la elaboración de una propuesta de enseñanza de la estadística a nivel de primaria.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Palabras clave. Media aritmética, tareas, secuencia didáctica, elementos de significado, estudiantes de primaria.

Introducción

Los Estándares Básicos de Competencias, plantean que el fortalecimiento del pensamiento aleatorio abarca el estudio de tres ejes temáticos: la organización de los datos, las medidas de posición y de variabilidad, y la probabilidad e inferencia. Con el fin de orientar a la comunidad educativa en cuanto a lo que se espera que el estudiante aprenda al finalizar cada año escolar, el Ministerio de Educación Nacional, (2015) elaboró los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)[4]cuyo objetivo es mostrar condiciones de equidad para el desarrollo de los

[4] Los DBA son un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once. (MEN, 2015; p. 5).

saberes mínimos que debe alcanzar cada estudiante del territorio colombiano. En particular, los DBA establecen que en el grado 5° de educación básica primaria los estudiantes deben poder utilizar la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

Por tal razón resulta importante diseñar e implementar secuencias didácticas con el fin de que los docentes encuentren herramientas que les faciliten la enseñanza de los contenidos estadísticos de acuerdo a las orientaciones de los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencia y los derechos básicos de aprendizaje, esperando, mediante este recurso, observar la construcción del significado de las medidas de tendencia central, particularmente del estadístico media aritmética, por parte de los estudiantes..

Teniendo en cuenta lo anterior, y que uno de los objetivos de la educación en Colombia es promover en los estudiantes el desarrollo de competencias que le permitan aplicar sus conocimientos en situaciones de la vida real, en esta investigación se pretende, siguiendo a Batanero (2000a), identificar, a través de las manifestaciones de los estudiantes de grado quinto, el estado del desarrollo del significado de la media aritmética, que se puede alcanzar mediante la implementación de una secuencia didáctica. Adicionalmente se espera obtener los primeros elementos que permitan diseñar una propuesta de enseñanza de la estadística a nivel de primaria. Con base en lo anterior surge el interrogante ¿Cómo se evidencia el desarrollo del significado de la media aritmética, en los estudiantes de grado quinto de la institución Educativa Agropecuario Los Robles[5], a través de la implementación de una secuencia didáctica?

Desarrollo de la Comunicación

Para el diseño de la secuencia didáctica se han construido cuatro situaciones teniendo en cuenta los objetivos de aprendizaje; para la primera situación se realizará una prueba diagnóstico para establecer el nivel en el que se encuentran los estudiantes y así determinar si reconocen que es un dato y el marco en que se encuentra, es decir el contexto, por otro lado se les entregara dos actividades la primera con el fin de recolectar información sobre el sexo, color de cabello y número de calzado de ellos esperando que el estudiante conozca y tenga en cuenta que es un Dato, un dato cualitativo y cuantitativo y con la segunda actividad fortalezca lo anteriormente mencionado.

Con la segunda situación se pretende que: sea capaz de interpretar qué significa el total de datos y la suma de todos los datos, dependiendo del problema, situación o ejercicio; esta actividad se hará de forma grupal y consistirá en:

A los grupos se les entregarán 5 palillos de diferentes longitudes, y se les pedirá que los ubiquen en línea de tal forma que encuentren la longitud total de los palillos. Cuando hayan entregado el resultado, se harán preguntas como:

a. ¿Qué hicieron para encontrar dicha longitud?
b. ¿Qué operación o procedimiento matemático realizaron?
c. ¿Qué pueden decir de la respuesta?
d. ¿Cuál será la longitud de un palillo que, al colocarlo 5 veces en línea, me de la misma longitud que los 5 palillos anteriores? y

- ¿Qué hicieron para encontrar dicha longitud?
- ¿Qué operación o procedimiento matemático realizaron?

[5] El Establecimiento educativo está ubicado en zona rural, pertenece al municipio de Sotara-Cauca. Los estudiantes con los cuales se va a trabajar están entre edades de 9 a 11 años.

- ¿Qué pueden decir de la respuesta?

En la situación tres se espera alcanzar dos objetivos de aprendizaje: Dar una interpretación a la media aritmética considerando el contexto y probar las propiedades básicas de la media aritmética, para ello se solicita volver a la información recolectada en la situación 1 responder las siguientes preguntas

a. ¿Cuál es promedio de número de calzado de los estudiantes de grado quinto del colegio agropecuario los robles?

b. ¿Qué obtienes al multiplicar el número de datos por el promedio de calzado?

c. ¿Puedes calcular el promedio del género de los estudiantes de grado quinto? Justifica tu respuesta.

d. ¿Puedes calcular el promedio del color de cabello del grado quinto? Justifica la respuesta

Y por último en la situación cuatro se espera que el estudiante reconozca cuándo y dónde emplear el concepto, en este caso se escogerán diferentes problemas de textos escolares, de algunos trabajos de investigación y de pruebas externas.

Conclusiones

Se espera que con este tipo de tareas presentadas, en diferentes situaciones el estudiante construya e interprete la media aritmética, logrando así diferenciar estrategias que permitan observar elementos de significado evidenciados por ellos, en cada uno de los procesos de solución que dieron frente a cada actividad, como también los obstáculos o errores cometidos permitiendo concluir al docente que tan pertinentes fueron las situaciones o la misma secuencia didáctica para la enseñanza de la media aritmética en grado 5º.

Referencias

Batanero, C. (2000). SignificadUse the "Insert Citation" button to add citations to this documento y comprensiòn de las medidas de posiciòn central. *Uno. Revista de didàctica de las matemàticas., 25*, 41-58.

Case, R. (1984). Desarrollo intelectual: Una reinterpretación sistémica. En M. Carretero, & J. A. García Madruga, *Lecturas de psicología del pensamiento, razonamiento, solución de problemas y desarrollo cognitivo* (págs. 339-362). Madrid, España: Alianza Editorial.

Godino, J. D. (1996). *Mathematical Concepts, their Meanings and Understanding* (Vol. 2). The program committee of the 18 th PME conference.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemàticos. *Recherches en Diadactique des Mathematiques*.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1998). *Clarifying the Meaning of Mathematical Objects as a Priority Area of Research in Mathematics Education.* (A. Sierpinska, & J. Kilpatric, Edits.) Mathematics Education a Reserc Domain: A Search for Identity.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES. (2008). *Icfesinteractivo*. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados.php

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Comprensión de gráficas estadísticas por estudiantes de grado octavo

Cindy Julieth Rodríguez Reyes
Estudiante de Maestría Universidad del Tolima, Ibagué, Tolima, Colombia
cjrodriguezr@ut.edu.co

Resumen

Se indagan niveles de comprensión en 84 estudiantes, chicos (33) y chicas (51), de grado 8° de Educación Secundaria Formal (11-15 años) de institución oficial, mediante la resolución de dos tareas; leer e interpretar libremente dos gráficas estadísticas (barras y circular) antes de haber recibido entrenamiento o enseñanza en lectura de gráficos. Para análisis se han empleado niveles jerárquicos de Curcio (1989) con el objeto de categorizar las respuestas, incluyendo un Nivel 0 Idiosincrático de García-García, Aarredondo, López-Mojica y Encarnación-Baltazar, (2019). Se encontró: Nivel 0 Idiosincrásico 16,7%; Nivel 1 Leer los Datos 50%; Nivel 2 Leer dentro de los Datos 33,3% y en los niveles 3 Leer más allá de los datos y 4 Leer por detrás de los datos 0%. Chicas superan a chicos en el Nivel 1 en comprensión de ambos gráficos (26 a 16 en circular y 26 a 18 en barras). El grado 801 supera 802 (26 a 18) en la lectura de gráfico circular mientras que se invierte en la lectura del gráfico de barras (20 a 24). **Leen datos** más frecuentemente en el de barras y **leen dentro de los datos** menos frecuentemente en el de barras.

Palabras clave. Cultura estadística, niveles de comprensión, gráficas, estadística, estudiante secundaria.

Introducción

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

La literatura científica dice que la lectura e interpretación de tablas y gráficas estadísticas es problemática en todas las poblaciones estudiantiles de estadística y se vienen realizando variados estudios sobre esta problemática (Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Friel, Curcio & Brigth, 2001; González, Espinel y Ainley, 2011; Shaughnessy, 2007; Shaughnessy, Garfield & Grer, 1996; Batanero, 2000; Cursio, 1989). Por ejemplo, según Gal (2002, pg. 2 citado por Arteaga et. al 2009): "la construcción e interpretación de gráficos estadísticos es también parte importante de la cultura estadística que se define como la unión de dos competencias relacionadas: a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea

relevante" (p. 93). Es reconocida la *alfabetización estadística* como fundamental en la construcción de una cultura estadística; pues los datos están presentes en la cotidianidad de todo ciudadano así como también en todo campo profesional y científico; investigar en aspectos de la construcción de una cultura estadística es de vital relevancia. En Batanero, Díaz, Contreras y Roa, (2013) se sugiere la necesidad de desarrollar el sentido estadístico de los estudiantes, el cual se concibe como la unión de la cultura estadística y el razonamiento estadístico; en igual dirección Gal, (2002) incluye el conocimiento básico de las ideas estadísticas fundamentales y unas actitudes adecuadas hacia la estadística como parte de su modelo de cultura estadística.

La formación en lectura e interpretación de tablas y gráficas estadísticas en distintos contextos, hace parte de la alfabetización cuantitativa y una necesidad en nuestra sociedad tecnológica actual (Batanero, 2001).

Desarrollo de la Comunicación

Gal, (2002) ha sugerido dos componentes en el desarrollo de una cultura estadística: - la capacidad de las personas para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o los fenómenos estocásticos, que pueden encontrar en diversos contextos, y cuando sea relevante; - su capacidad para discutir o comunicar sus reacciones a dicha información estadística, como su comprensión del significado de la información, sus opiniones sobre las implicaciones de esta información o sus inquietudes con respecto a la aceptabilidad de las conclusiones dadas (p. 2). El presente estudio intenta incursionar de manera incipiente en la construcción de una cultura estadística en el nivel secundario de las instituciones educativas desde la comprensión e interpretación de gráficas estadísticas, lo cual ha sido ampliamente estudiado a nivel internacional (Callingham & Watson, 2017). También, por su parte, Watson, (1997) propone tres niveles de alfabetización estadística: 1) comprensión básica de la terminología probabilística y estadística; 2) Comprensión del lenguaje y conceptos probabilísticos y estadísticos, cuando ellos son usados en el contexto de una discusión social más amplia; 3) Cuestionamiento de afirmaciones hechas sin el debido fundamento estadístico.

El presente estudio se asume desde la perspectiva de la comprensión de tablas y gráficos como elemento relevante para la alfabetización y fomento de una cultura estadística. Es así como, basado en Watson y Callingham, (2003), Aoyama, (2007) diseña cinco niveles de interpretación de los gráficos: Nivel 1. Idiosincrático, en éste nivel - no pueden leer valores o tendencias en las gráficas, - Proporcionan valores incorrectos al leer la gráfica o dejan de contestar la pregunta, - No pueden conectar algunas características extraídas de las gráficas con el contexto, -Por lo general, sus respuestas se basan en su experiencia individual o en perspectivas personales. Nivel 2. Lectura básica. Nivel 3. Racional/literal. Nivel 4. Crítico. Nivel 5. Elaboración de hipótesis y modelos. Por su parte Curcio, (1989) y Friel, Curcio y Bright, (2001) han considerado cuatro niveles de comprensión de gráficas estadísticas: Nivel 1, Leer los datos, -Lectura literal de la información representada en el gráfico, -El lector aborda preguntas cuyas respuestas están en el gráfico. Nivel 2, Leer dentro de los datos, -interpretación e integración de la información que se presenta en un gráfico y a la que se accede mediante procesos aritméticos simples. Nivel 3, Leer más allá de los datos, -Extender, predecir o inferir de la representación para contestar preguntas, es decir, el lector da una respuesta sobre una información que no está directamente representada en la gráfica. Nivel 4, Leer detrás de los datos, -Valoración crítica de la información representada en el gráfico, de las conclusiones o de

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

la forma de obtener los datos, -El lector integra su conocimiento del contexto para dar conclusiones, se cuestiona sobre la manera en que fueron obtenidos los datos. García-García, Arredondo, López-Mojica y Encarnación-Baltazar (2019) emplearon para su análisis los niveles de Curcio, (1989) agregando un Nivel 0 denominado ***Idiosincrásico*** y relativo a *Reconocimiento*, -La lectura se basa en reconocer el tipo de gráfica que se le presenta, sin leer valores o elementos de la gráfica. Este nivel se empleará junto con los de Cursio, (1989) para los análisis del presente estudio, considerando el Nivel 0 como el más básico incluyendo el simple reconocimiento del tipo de gráfico, y las interpretaciones básicas erróneas atadas a ideas personales cotidianas e idiosoncráticas.

Para este estudio piloto se planteó la interpretación libre de dos gráficos suministrados, circular y barras, a dos grupos de grado octavo grado de 43 y 41 estudiantes respectivamente, 84 en total, antes de recibir enseñanza de comprensión de gráficos.

Conclusiones

1. En el Nivel 0 se encontraron respuestas que no identifican el tipo de gráfica, ni sus componentes ni las variables, relaciona equivocadamente la información llevándola a aspectos cotidianos sin relación (fuera del contexto), errada interpretación de la información de las variables, sólo identifica el tipo de gráfico, responde incoherencias, describe situaciones extrañas al contexto de la gráfica. Algunos ejemplos de este tipo de respuestas son:

"Yo entendí que cada uno de los países debe ser dividido por el que tenga más puntaje y se divide cada uno de ellos para ver qué resultado da" (Est. 46)

"Que son las barras de contabilidad que sirven para contar las gráficas" (Est. 67)

"Pues lo que yo entiendo es que esta gráfica sirve para muchas cosas, como para el Internet y para tomar medidas etc." (Est. 79)

"Yo puedo pensar que es una forma de simplificar o calcular un resultado en esta es una zona de red. Podemos como formar las cantidades de personas que utilizan algo o de comida que haya por formación geográficamente y estadísticamente,…" (Est. 51)

En el Nivel 1. Leer los Datos, se encontraron respuestas como las siguientes:

"Usan esta gráfica para saber cuánto han progresado de 2017 al 2018" (Est. 5)

"En este diagrama de Pai se demuestra la cantidad de usuarios de internet, Oceanía o Australia son 1,1% de personas que son usuarios, en África son el 5,6% […] Este gráfico nos explica la cantidad que hay en el mundo" (Est. 20)

"En 2017 y 2018 Santander fue la región más alta en educación básica y media y el que fue menos es la Guajira" (Est. 44)

"Estadísticamente son unas barras para explicar lo que sucede en las regiones de Educación por esos lugares para saber cómo están en la educación de los niños, niñas o adultos. Es necesario saber cómo están y cómo es su promedio de educar, se puede sacar cada barra para mirar sus porcentajes en cada región" (Est. 58)

En el Nivel 2 Leer dentro de los datos, se encontraron respuestas como las siguientes:

"…se representa que estos países y continentes están repartiéndose el 100% como se puede ver Asia se arrasa a todos porque tiene un puntaje de 42,1%, la que le sigue es oriente medio porque tiene un puntaje de 24,1% el que sigue a ellos es Norte América […] En este gráfico se identifica los porcentajes de estos países y continentes." (Est 1).

"A mí me da a entender que la mayoría de usuarios de internet está en Asia que es un 42%, Europa 24,1 % y ellos son la mayoría de usuarios de internet. Los menores fueron

Africa con 5,6% Oriente medio con 3,2% Norte América con 13,5 % Latinoamérica con 10,4& y Oceanía con 1,1%" (Est. 36)

"Pienso que es un buen método de conteo porque nos ayuda a organizar mejor los números o lo que necesitemos para no perdernos. Este círculo de porcentaje me parece muy bueno para organizar encuestas o más cosas. Por ejemplo en este círculo de porcentaje nos muestra que Asia es el mayor porcentaje de usuarios en Internet y Oceanía/Australia es el menor porcentaje" (Est. 54)

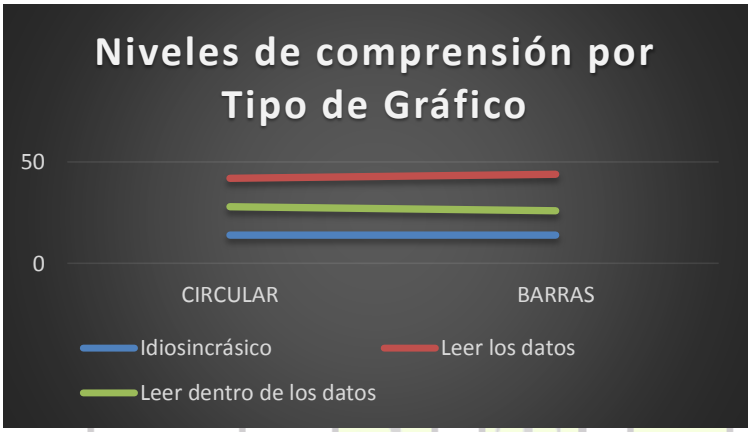


Gráfico 1. Niveles de comprensión según tipo de gráfico leído.

2. En la Gráfica 1 y en la Tabla 1 se observa que los estudiantes en *Nivel 1 Leen datos* más frecuentemente en el gráfico de barras que en el gráfico circular y en *Nivel 2 leen dentro de los datos* menos frecuentemente en el de barras que en el circular; mientras que el idiosincrásico es similar en la lectura de ambos gráficos.

Tabla 1. Frecuencias por Nivel de comprensión de Gráfica Circular y Gráfica de Barras

		Frecuencia G. Circular	Porcentaje	Frecuencia G. Barras	Porcentaje
Válido	Idiosincrásico	14	16,7	14	16,7
	Leer los datos	42	50,0	44	52,4
	Leer dentro de los datos	28	33,3	26	31,0
	Total	84	100,0	84	100,0

Fuente. La Autora

3. En la Gráfica 2 y en la Tabla 2 se puede apreciar que el mayor porcentaje de respuestas se encuentra en el *Nivel 1 Leer los datos*, con mayor frecuencia en el grado 801 que en el 802. Además el Nivel 0 Idiosincrásico no se presenta en el grado 801 para la Gráfica Circular. Y, el *Nivel 2 Leer dentro de los Datos* es siempre superior para los dos gráficos en el Grado 801.

Tabla 2. Frecuencia y porcentaje de comprensión por Nivel, Tipo de Gráfica y Grado.

		Gráfica Circular			Gráfica de Barras			
		Idiosincrásico	Leer los datos	Leer dentro de los datos	Idiosincrásico	Leer los datos	Leer dentro de los datos	Total por Grado
Grado	01	0 (0%)	24(55,8%)	19(44,1%)	4(9,3%)	28(46,5%)	19(44,1%)	43
	02	14(34,1%)	18(43,9%)	9(21,9%)	10(24,3%)	24(58,5%)	7(17%)	41

Fuente. La Autora

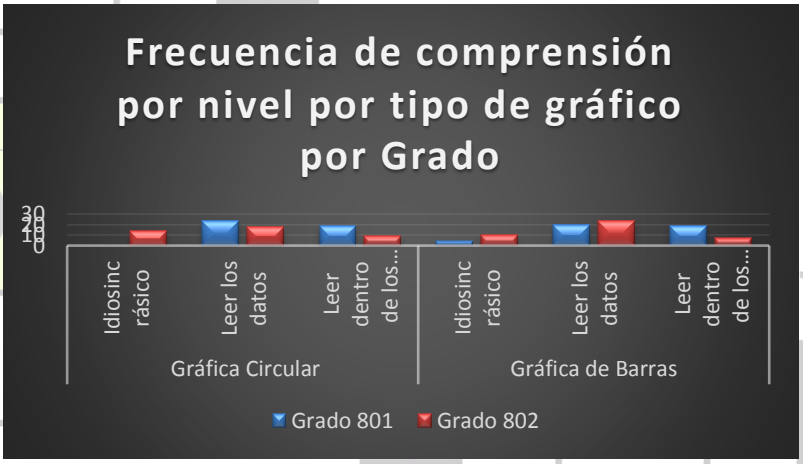


Gráfico 2. Frecuencia de comprensión por Nivel, por Tipo de Gráfico y por Grado. Fuente. La Autora

4. En la Gráfica 3 y en la Tabla 3 se puede apreciar que las chicas tienden a emplear en maor porcentaje el nivel Idiosincrático en ambos tipos de gráfias que los chicos. En el *Nivel 1 Leer Datos* las chicas superan ampliamente a los chicos en ambos tipos de gráficos; mientras que en el Nivel 2 Leer Dentro de los Datos es indiferente el Género para los dos Gráficos

Tabla 3. Frecuencia y porcentaje de comprensión por Nivel, Tipo de Gráfica y Género.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

		Gráfica Circular			Gráfica de Barras		
		Idiosincrásico	Leer los datos	Leer dentro de los datos	Idiosincrásico	Leer los datos	Leer dentro de los datos
Genero	F	11		14	12	26	13
	M	3	6	14	2	18	13

Fuente. La Autora

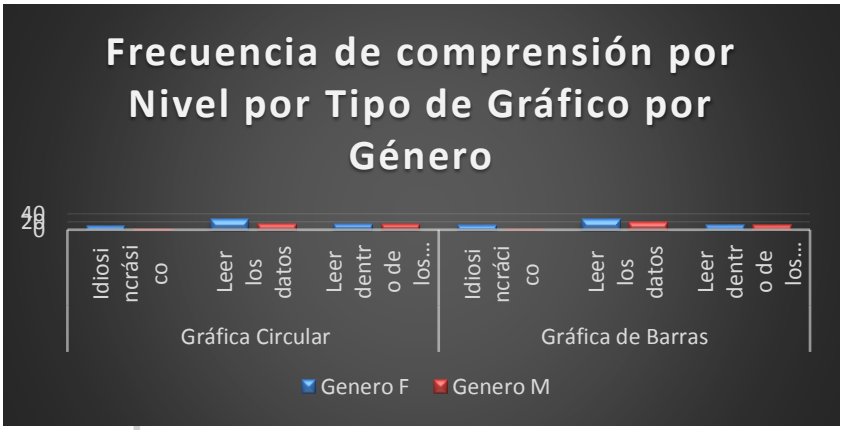


Gráfico 3. Frecuencia de comprensión por Nivel, por Tipo de Gráfico y por Género. Fuente. La Autora

5. Destacar que tanto el Nivel 3 y el Nivel 4 no fueron alcanzados por ninguno de los estudiantes del estudio.

Referencias

Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of Graphs. International *Electronic Journal of Mathematics Education 2(*3).

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. & Contreras, M. (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *Números 76*, p. 55–67.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? Blaix 15, 2-13.

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números, 83*, 7-18.

Callingham, R. & Watson, J. (2017). The development of statistical literacy at school. *Statistics Education Research Journal, 16(*1), 181-201. Recuperado de http://iase-web.org/Publications.php?p=SERJ.

Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education, 32(*2), 124-158.

Gal, I. (2002). Adult´s statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70(*1), 1-25.

García-García, J., Aarredondo, E., López-Mojica, J. & Encarnación-Baltazar, E. (2019). Avances en la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria después de actividades de aprendizaje. *Espacios 40(*12).

González, M. T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teachers' graphical competence. En C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*, pp. 187-197. Nueva York: Springer.

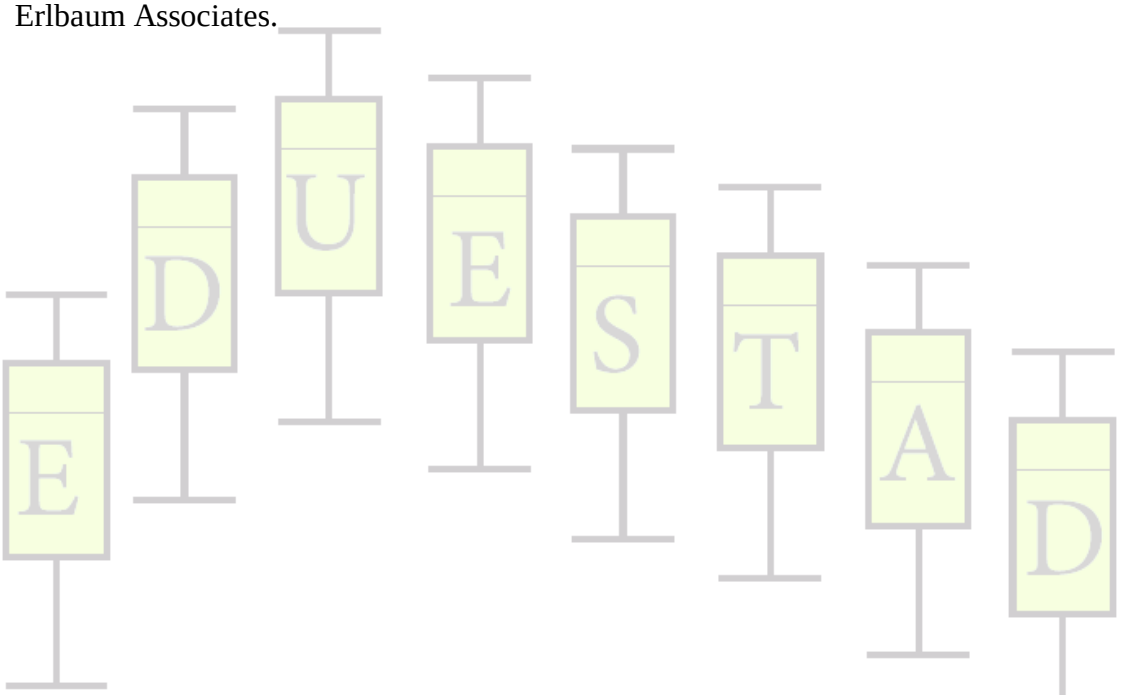
Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 957-1009). Charlotte, EEUU: Information Age Publishing.

Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), International handbook of mathematics education (pp. 205-237). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Watson, J. M. & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal, 2(*2), 3–46. [Online: iase-web.org/documents/SERJ/SERJ2(2)_Watson_Callingham.pdf]

Watson, J. M. (1997). Assessing statistical literacy using the media. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107–121). Amsterdam: IOS. Press & The International Statistical Institute.

Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.



Grupo de Investigación en Educación Estocástica

La Media Aritmética, más allá de un cálculo

Jhony Alexander Rodríguez Cifuentes
jarodriguezcif@ut.edu.co
Universidad del Tolima (Colombia)

Dicleny Castro Carvajal
dcastroc@ut.edu.co
Universidad del Tolima (Colombia)

Resumen

La presente comunicación, surge a partir de la preocupación por la ausencia de la estadística en el aula de matemáticas, situación que ha hecho que los estudiantes tengan un conocimiento mínimo sobre esta área de conocimiento que tanta importancia debería tener en la actualidad tanto académicamente como para la formación de ciudadanos críticos. Se aplicó un instrumento de evaluación con 9 preguntas, a 148 estudiantes de grado 11°, para evaluar la comprensión conceptual y procedimental de la resolución de problemas que involucrarán la media aritmética y su idea de promedio. Las respuestas analizadas informan que los estudiantes tienen dificultades para interpretar la media aritmética y describir un promedio.
Palabras clave. Promedio, media aritmética, interpretación.

Introducción

Un claro ejemplo, de un concepto básico pero fundamental en la enseñanza de esta área de conocimiento, es el uso de la palabra promedio, término que está presente en los Estándares de Competencias de matemáticas, desde la básica hasta la media.

Interesados en darle el reconocimiento curricular, académico y cultural que se merece la estadística como ciencia, tomamos la escuela como punto de partida, ya que, desde ahí, es donde se puede orientar a las sociedades sobre la importancia y relevancia de la estadística en la cultura y en la sociedad (Zapata, 2010). Asimismo, se deben generar importantes cambios en los diferentes documentos institucionales, donde se priorice la enseñanza de la estadística, para lograr un impacto mayor en los usos adecuados de su interpretación y toma de decisiones.

Desarrollo de la Comunicación

El promedio

El contexto juega un papel fundamental en el desarrollo de los pensamientos de una persona, por eso en el aula de clase, se debe priorizar la enseñanza a través de situaciones reales, para encontrar la aplicabilidad de los contenidos temáticos que se presentan en el aula.

Así, también la didáctica de las matemáticas debe asumir la responsabilidad de elaborar y sistematizar los conocimientos útiles para describir, diseñar, implementar y valorar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, Font, & Whilhelmi, 2003, p. 26).

La palabra "promedio" es tan antigua como el principio de contar (Gutiérrez, 1995), es decir; ha estado inmersa en nuestra sociedad desde tiempos inmemorables, siendo un término muy utilizado por todos, aunque indeterminado. Se dice generalmente que un valor promedio, intenta representar o resumir las características de un conjunto de valores (Bencardino, 2012, p. 93), otra definición de promedio es la utilizada por (Gutiérrez, 1995) y es la siguiente: "cuando nos referimos a él, estamos tratando de dar un valor típico o representativo que identifique a todos los datos provenientes de una muestra o de una población" (p. 77).

El promedio, es calculado a través de las medidas de tendencia central, desde Mayén Galicia, (2009), se propone una definición de estas medidas, muy similar a las de promedio propuestas anteriormente, "las medidas que describen un valor típico en un grupo de observaciones suelen llamarse medidas de tendencia central" (p. 13). Estas medidas de tendencia central (o promedios), son un objeto estadístico importante desde la propuesta del MEN, en sus documentos curriculares oficiales, desde la educación básica primaria, sin embargo, la formación que tienen muchos profesores de matemáticas en primaria, no garantiza el conocimiento de la estadística, situación que nos invita a repensar la forma como se enseña y se aprende en el aula de matemáticas.

Aspectos metodológicos

La propuesta se llevó a cabo en una institución educativa de Ibagué con 148 estudiantes de grado 11° de una Institución Educativa pública, quienes fueron evaluados a través de un cuestionario validado por Belén Cobo en el 2003, de allí, solo se tuvieron en cuenta las preguntas que indagaban por el promedio aritmético, es decir, 9 preguntas abiertas, que en realidad sugerían situaciones problémicas contextualizadas (algunas más complejas que otras). Para la investigación, se seleccionó intencionalmente 40 cuestionarios con el criterio de que fueran de los estudiantes que lo hayan respondido todo.

Para abordar el significado de la media aritmética como promedio, se tuvieron en cuenta elementos como las definiciones, los conceptos, algoritmos y propiedades. Sobre estas categorías se realiza un estudio cualitativo, apoyados en técnicas de la estadística descriptiva

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Conclusiones

Respecto a la interpretación de la *media como concepto, se encontró en general que:*

- Uno de los conceptos que más interés ha tenido en la investigación en educación estadística, son los promedios, sobre cuya comprensión y cálculo se han realizado diversas investigaciones que describen errores y dificultades.
- El significado del término promedio, estaría muy relacionado con la capacidad de relacionar las proposiciones del enunciado en relación a los contextos, de lo contrario los estudiantes tienden a asumirlo como un cálculo más en matemáticas.
- La comprensión de un concepto no puede reducirse a conocer las definiciones y propiedades, sino a reconocer los problemas donde debe emplearse, las notaciones y

palabras con que lo denotamos y en general todas sus representaciones, habilidad en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto y capacidad de argumentar y justificar propiedades, relaciones y soluciones de problemas.

- En la sociedad actual, cualquier ciudadano se encontrará con información en los medios de comunicación, entre ellos la idea de promedio.
- Por mucho tiempo ha sido utilizado el cálculo de la media aritmética, para solucionar otros problemas de las matemáticas, interesados más por su algoritmo y para estimaciones, y no por su concepto o su significado, esto se pudo evidenciar en las respuestas de los encuestados.

Referencias

Ángel Gutiérrez, J. (1995). La correcta utilización de los promedios. *EAFIT*, 77-86.

Batanero, C. (1998). *Situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística.* Jaén.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 2.13.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, 41-58.

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, 1-11.

Batanero, C. (2002). Presente y Futuro de la Educación Estadística. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*.

Bencardino, C. M. (2012). *Estadística y muestreo.* Bogotá: Ecoe Ediciones.

Cobo M, B., Díaz, J. Batanero, C. (2003). Media, mediana y moda ¿qué significa esto para los estudiantes de secundaria? *27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa* (págs. 3665-3673). Lleida: Universitat de Lleida.

Cobo, B. (2003). *Significados de la medida de posición central para los estudiantes de secundaria.* Granada: Tesis Doctoral.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Granada: Reprodigital.

Mayén Galicia, S. A. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato.* Granada: Universidad de Granada.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares.* Bogotá D.C.: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Bogotá: Eduteka.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2.* Bogotá: Panamericana Formas E Impresos S.A.

Zapata Cardona, L. (2010). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 98-106.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Componentes de la actitud hacia la estadística y las matemáticas en Instituciones Educativas Rurales y Urbanas del Tolima

Erika Franco-Buriticá, Institución Educativa Técnica Felix Tiberio Guzmán, Espinal, Colombia erikafranco23@hotmail.com
Carmen León-Mantero, Universidad de Córdoba, Córdoba, España
cmleon@uco.es
Alexander Maz-Machado, Universidad de Córdoba, Córdoba, España
ma1mamaa@uco.es
José Carlos Casas-Rosal, Universidad de Córdoba, Córdoba, España
jcasas@uco.es
Miguel E. Villarraga-Rico, Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
mevillar@ut.edu.co

Resumen

Mediante sendas escalas validadas se recabó información en instituciones educativas urbanas y rurales, en 20 (de 47) municipios del Tolima (Colombia), en estudiantes de Educación Media. Se indagó el comportamiento de las componentes de **actitud hacia la estadística** y **hacia las matemáticas** dependiendo del tipo de entorno (rural/urbano) en el cual se encuentran ubicadas. Se encontró que tanto para actitud hacia la estadística como hacia las matemáticas, sus respectivas componentes guardan un orden en ambos entornos: Actitud hacia la Estadística, **cognitivo>social>educativo>afectivo> comportamental>instrumental**, con **instrumental** por encima del valor neutral 3; y, para la actitud hacia las matemáticas, **confianza>motivación>utilidad>ansiedad>agrado**, con **agrado** como el único por debajo del valor neutral 3 para ambos entornos. Para la actitud hacia la estadística: en el entorno rural el componente **social** es ligeramente superior que en el urbano, y el componente **educativo** es ligeramente inferior en el rural que en el urbano. Los demás componentes, prácticamente no son afectados por el tipo de entorno. Para la actitud hacia las matemáticas: los componentes **confianza, ansiedad** y **agrado** están ligeramente por debajo en el entorno rural que en el urbano; mientras que motivación y utilidad están ligeramente por encima en el entorno rural en relación con el urbano.

Palabras clave. Actitud, estadística, matemáticas, urbano, rural

Introducción

Con todo el currículo colombiano planteado inicialmente para la enseñanza de las matemáticas y la estadística, (Ley General de Educación, 1994; Estándares básicos de competencias en matemáticas, 2006; Lineamientos curriculares, 1998), con la implementación de nuevas propuestas de enseñanza-aprendizaje que incluyen los DBA, de los años 2016-2017; Mallas de aprendizaje y matriz de referencia, con contenidos para desarrollar a través de once años correspondientes a educación básica primaria, básica secundaria y media (Maz-Machado, Villarraga & Torralbo, 2002), los resultados en los aprendizajes siguen siendo desalentadores tanto en pruebas internas SABER, como en pruebas externas PISA (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, 2016).

El panorama ha conducido a estudiar el desarrollo de culturas matemática y estadística en donde las actitudes hacia las materias resultan de vital relevancia (Auzmendi, 1992; McLeod, 1992; Batanero, 2000; Gómez-Chacón, 2000; Ramírez, Schau & Emmioglu, 2012; Villarraga 2019). Indagar por las componentes de la actitud hacia la estadística y hacia las matemáticas resulta en consecuencia pertinente para tener un conocimiento del estado actual de los estudiantes de educación media en los entornos rural y urbano, por dos razones clave: están adportas al ingreso en estudios de educación superior y, han superado el currículo a través de once años de contenidos de matemáticas y estadística. Conocer la actitud hacia las matemáticas y la estadística en el estado de finalización de once años de desarrollo curricular en matemáticas y estadística es un indicador de posibles relaciones con los desarrollos profesionales de los profesores que puedan ser abordadas a futuro; pues hay estudios científicos que establecen tales relaciones.

Los motivos planteados previamente han generado especial interés en los autores del presente estudio por realizar un análisis de las componentes de la actitud hacia la estadística y las matemáticas en instituciones educativas de sectores rurales y urbanos del departamento del Tolima, pues, adicionalmente se ha afirmado que abordar las actitudes en sus componentes (Auzmendi, 1992; Estrada, Batanero & Fortuny, 2004) es clave para su análisis, permitiendo obtener características verificables, generando la posibilidad de redireccionar las enseñanzas, fortaleciendo las componentes en las que se evidencian debilidades y contribuyendo al mejoramiento de las componentes favorables. En particular es relevante la incidencia que tienen los factores de las actitudes sobre los desarrollos y resultados de dos materias vitales en el currículo como son Matemáticas y Estadística. En definitiva desde la perspectiva de la Investigación sobre el afecto en Educación Matemática es un aporte a la comunidad de Educadores Matemáticas que desde hace algunos años viene analizando las Actitudes hacia las Matemáticas y la Estadística (McLeod, 1992) para plantear modificaciones curriculares y en formación inicial de profesores y maestros.

Desarrollo de la Comunicación

Los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas en Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 1998) incluyen procesos, contexto y conocimientos. Los procesos generales que propone para el aprendizaje son: razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Los conocimientos básicos realmente contienen dos elementos: procesos específicos para el desarrollo del pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, aleatorio y algebraico-variacional) y los sistemas propios de las matemáticas (numérico,

algebraico, espacial, métrico, aleatorio y variacional). Por su parte los estándares curriculares para el área de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) incluye los contenidos a desarrollar para lo correspondiente tanto a matemáticas como a estadística. En general se tienen contenidos, tanto para matemáticas como para estadística, suficientes y necesarios para 11 años de escolaridad básica y media. Con todo este panorama de enseñanza los resultados en los aprendizajes siguen siendo desalentadores tanto en pruebas internas SABER, como en pruebas externas PISA (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, 2016a, 2016b). Los contextos recomendados para ser tenidos en cuenta en los desarrollos educativos son: vida cotidiana, otras ciencias y las matemáticas mismas.

Los contenidos han sido tenidos en cuenta durante muchos años, mas no así las actitudes hacia el conocimiento, hacia el aprendizaje del conocimiento ni hacia el uso del conocimiento (Casas-Rosal, Villarraga, Maz-Machado, & León-Mantero, 2018; Ramírez, C., Schau, C. & Emmioglu, 2012; Batanero, 2000; Gómez-Chacón, 2000). Indagar las actitudes hacia la estadística y hacia las matemáticas se considera relevante, empleando escalas validadas como las empleadas en el presente estudio: Escala de actitudes hacia la estadística [EAEE] de Estrada (2002) y Batanero et al (2004); y la escala de actitudes hacia las matemáticas de Auzmendi, (1992) empleada frecuentemente en Iberoamérica.

Las actitudes hacia la estadística están constituidas por seis componentes a saber: Pedagógico (afectivo, cognitivo y comportamental) y antropológico (social, educativo e instrumental). Las nociones de cada uno han sido precisadas en la literatura (Estrada, 2002; Estrada et al, 2004) como sigue: -Afectivo, relativo a los sentimientos que despierta la estadística; -Cognitivo, relativo a las creencias y concepciones acerca de la materia de estudio; -Comportamental relativo al comportamiento ante las tareas de la materia; -Social que hace referencia a la valoración sociocultural de la estadística. -Educativo, referente al interés y dificultad curricular de la estadística; -Instrumental, relacionado con la utilidad de la estadística con respecto a otras áreas de conocimiento.

Las actitudes hacia las matemáticas están constituidas por cinco componentes (Auzmendi, 2002) a saber: -Ansiedad, relativo al temor que pone de manifiesto el estudiante, su nivel de ansiedad ante la materia; -Utilidad, relativo al valor que le asigna el estudiante a las matemáticas, al uso que le da o podría darle en su futuro profesional; -Agrado, relativo al disfrute que se experimenta durante el trabajo matemático; -Motivación, relativo a el grado de entusiasmo que provoca en el educando el estudio y utilización de la materia; –Confianza, relativo al sentimiento de seguridad o confianza que genera la habilidad del estudiante en el uso de las matemáticas.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

El presente estudio tiene un alcance exploratorio-descriptivo. Las dos escalas se aplicaron a una muestra de 2006 estudiantes pertenecientes al nivel de educación media del departamento del Tolima, estos procedentes de instituciones educativas oficiales o públicas y privadas o no oficiales. Se realizó un análisis cuantitativo usando el software estadístico SPSS en su versión 15.

Conclusiones

Se encontró, por una parte, que las componentes de *Actitud hacia la Estadística*, se encuentran organizadas con el mismo orden, aunque no con los mismos valores, en ambos entornos, siendo el orden en las medidas de las componentes el siguiente:

cognitivo>social>educativo>afectivo>comportamental>instrumental, (Ver gráfico 1) con el valor del componente *instrumental* por encima del valor neutral 3.

Para la actitud hacia la estadística: en el entorno rural el componente **social** es ligeramente superior que en el urbano, y el componente **educativo** es ligeramente inferior en el rural que en el urbano. Los demás componentes, prácticamente no son afectados por el tipo de entorno. Para la actitud hacia las matemáticas: los componentes **confianza, ansiedad** y **agrado** están ligeramente por debajo en el entorno rural que en el urbano; mientras que motivación y utilidad están ligeramente por encima en el entorno rural en relación con el urbano.

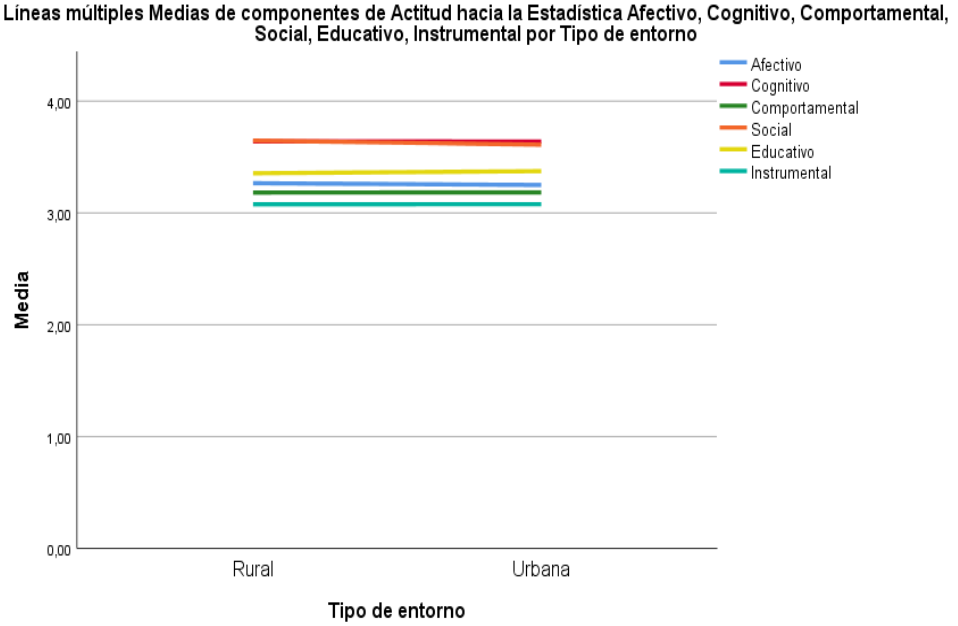


Gráfico 1. Media de componentes de actitud hacia la estadística en entornos rural y urbano. Fuente: Los autores

Por su parte, se encontró que las componentes de *Actitud hacia las matemáticas*, se encuentran organizadas con el mismo orden, aunque no con los mismos valores, en ambos entornos, siendo el orden en las medidas de las componentes el siguiente:

Confianza>motivación>utilidad>ansiedad>agrado (Ver gráfico 2) con el valor del componente *agrado* como el único por debajo del valor neutral 3 para ambos entornos.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

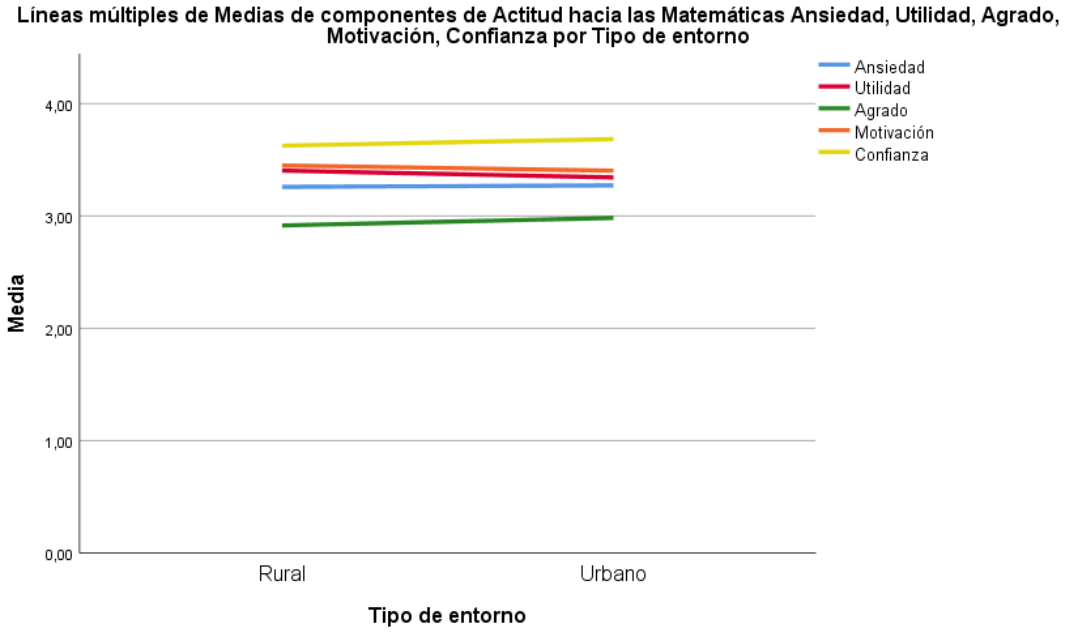


Grafico 2. Media de componentes de actitud hacia las matemáticas en entornos rural y urbano. Fuente: Los autores

Se pudo observar que el entorno en el cual se encuentra la institución educativa implica variación en las componentes de las actitudes hacia las matemáticas y hacia la estadística en los estudiantes de educación media, lo que a su vez implicaría a futuro prestar atención a la investigación en los programas de formación de profesores y atención curricular diferenciada a los estudiantes por parte de los profesores.

Quede claro también que se debe indagar sobre la incidencia de otras variables contextuales en las actitudes diferenciadas de matemáticas y estadística, que en sus orígenes nacieron para su conceptualización desde la Psicología social (Eagly & Chaiken, 1993) como lo evidencia Auzmendi en su texto (Auzmendi, 1992) al mostrar la génesis de las actitudes hacia las matemáticas en los componentes afectivo, cognitivo y comportamental para luego desagregarlas en las cinco componentes que se usan en el presente estudio. Aunque los componentes son distintos en los dos instrumentos empleados (Auzmendi, 1992; Estrada, Batanero y Fortuny, 2004), la actitud finalmente es positiva o negativa y los estudiantes la ponen de manifiesto de esa manera única, personal, subjetiva con evidencias objetivas hacia una materia, su aprendizaje o su uso.

Referencias

Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática/estadística en las enseñanzas medias y universitarias. Características y medición*. Bilbao: Mensajero.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix 15*, 2-13, 2000.

Casas-Rosal, J. C., Villarraga, M, Maz-Machado, A. & León-Mantero, C. (2018). Factores de influencia en las actitudes hacia la estadística de alumnos de educación media. *Espacios 39(*52), 33-45.

Eagly, A. & Chaiken, S. (1993). The psychology of attitudes. Orlando FL.: Harcourt Brace Jovanovich, Inc.

Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Disertación doctoral no publicada. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Estrada, A., Batanero, C. & Fortuny, J. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de las Ciencias 22(*2). 263-274.

Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narcea.

Maz-Machado, A., Villarraga, M., & Torralbo, M. (2002). Educación Básica secundaria en Colombia: las matemáticas en el currículo, 169-186. En A. Maz-Machado, M. Torralbo y C. Abraira (Eds.) *Currículo y matemáticas en la enseñanza secundaria en Iberoamérica.* Córdoba: Servicio de publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Mc Leod, (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En: D.A. Grows (Ed.). *Hanbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596). New York: Macmillam N.C.T.M.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (1994). Ley General de Educación. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizajes (DBA). Matemáticas. Panamericana formas e impresos S.A. Bogotá.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2016). Educación en Colombia. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. (Traducido de Education in Colombia, 2016, OECD).

Ramírez, C., Schau, C. & Emmioglu, E. (2012). The importance of attitudes in statistics education. *Statistics Education Research Journal, 11(*2), 57-71.

Villarraga, M. (2019). *Dominio afectivo en educación matemática: el caso de actitudes hacia la estadística en estudiantes colombianos*. Disertación Doctoral no publicada. Universidad de Córdoba, España.

RED SEMÁNTICA: Una Aplicación al discurso de las concepciones de Historia de las Matemáticas de los profesores de matemáticas en ejercicio de la Ciudad de Ibagué - Tolima

Dicleny Castro Carvajal
dcastroc@ut.edu.co
John Jairo Zabala Corrales
Universidad del Tolima
jjzabalac@ ut.edu.co

"*Al árbol bien cultivado se le conoce por sus frutos, y a la gente se le conoce por su manera de hablar*."
Eclo 27,6

Resumen

El propósito de esta comunicación es dar a conocer los resultados de la encuesta aplicada a profesores de matemáticas y en ejercicio de la ciudad de Ibagué. Las preguntas abiertas giraron en torno al discurso que poseen de la historia de la matemática, la importancia que le dan a ella, su utilidad y la manera como la incorporan en su práctica profesional, mediante el apoyo de las redes semánticas y la sistematización de la información con un software de análisis cualitativo.

Palabras clave: Red semántica, concepciones, historia de la matemática.

Introducción

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Estudios sobre concepciones en la educación matemática, en especial las de los docentes acerca de la disciplina que imparten develan la manera como se enseña y por su puesto como aprenden los estudiantes las matemáticas (Gil & Rico, 2003; Flores, 1998; Thompson, 1992), adoptamos en este análisis la definición de concepción de Moreno y Azcárate, (2003) que la definen como:

> Las concepciones son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc. que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan.

Desde esta perspectiva, pretendemos entender las concepciones y consideraciones que los docentes de matemáticas en ejercicio, valorarán y desde qué criterios asumen, la historia de matemática y cómo la incluyen en la enseñanza de la misma.

Cuando se trata de enseñar matemáticas se hace necesario acudir a múltiples estrategias y medios que le permitan al estudiante la apropiación del conocimiento, de tal manera que ese conocimiento sea significativo. Una estrategia alternativa es apoyarnos en la historia, Nietzsche, (1874) en su obra *Sobre la utilidad y el perjuicio de la historia para la vida* [ll intempestiva] traducido por Cano, (1999,2000, p. 62), citadas por Martínez y Chavarría, (2012) donde describen las razones por las cuales es importante la historia para la vida, en especial se atiende dos de ellas: El ser humano necesita de la historia, pues como ser pensante y que actúa, requiere en muchas ocasiones de modelos, patrones que le permitan la resolución de problemas o la toma de decisiones y por otra parte, es importante conservar en nuestra memoria todos aquellos recuerdos que de algún modo asociemos a nuestro crecimiento y desarrollo, aquellas experiencias que se han constituido en hábitos, formas de vida, que han contribuido a nuestra formación, que están relacionados con las tradiciones y creencias de la comunidad de la que nos consideramos miembros.

Desde luego, la historia de la matemática es también objeto de estudio, como recurso didáctico en la enseñanza de la matemática, diversas investigaciones muestran distintas miradas y enfoques, González, (2004) como recuro didáctico y como instrumento cultural, Font et al. (2017) observa tres tipologías de usos de la historia de las matemáticas: a) Utilización de un contexto histórico como pretexto motivador, b) Uso de problemas que fueron relevantes en un determinado momento histórico y c) Incorporación de contenidos matemáticos de otras épocas en las propuestas de innovación. Por su parte Galán, (2012) concluye que la labor principal de los maestros en torno a la historia de la matemática se debe orientar a: 1-hacer pensar, 2-modernizar la visión, 3-Hacer el aprendizaje ameno, 4-Provocar curiosidad, 5-Ver la aplicabilidad en el mundo.

Guacaneme, (2010) presenta diez tipos de Historia de la Matemática y postula la existencia de una tipología de la Historia de la Matemática, basándose en las clasificaciones de los productos de investigación y análisis histórico a través de diversos criterios, en donde algunas de ellas hacen referencia a la obra histórica, es decir, si el objeto investigado o consultado es una biografía, versiones originales de obras matemáticas o traducciones, estudio de una noción o problema matemático, o bien, si la fuente es original o secundaria. Así mismo, sugiere con esta tipología contribuir a la formación de los profesores de matemáticas que busquen e indaguen por la historia de los procesos, más que una historia de los productos de la creación matemática.

Partiendo de esta óptica, consideramos pertinente conocer las concepciones de los profesores de matemáticas en ejercicio de la ciudad de Ibagué, en torno a la historia de la matemática y a la manera como la incluyen en su labor educativa.

Comité de Investigación en Educación Estocástica

Metodología

Enmarcada dentro del paradigma cualitativo de información, se acudirá al análisis del discurso como técnica cualitativa de información de las respuestas Valles (2000), a las cinco preguntas abiertas dadas por los 23 docentes encuestados.

La red semántica o esquema de representación en red, es una forma de representación de conocimiento lingüístico en la que los conceptos y sus interrelaciones se representan mediante un grafo, apoyados en el software para análisis cualitativo, se realizan las redes semánticas que representen de manera estructurada el estado del conocimiento de la historia de la matemática; y el uso de la misma en el desarrollo de la clase de matemática.

Las posibilidades que ofrecen las redes semánticas González, (2014) como una herramienta de análisis cualitativo, es amplia. Podemos analizar las representaciones discursivas de cada docente en ejercicio, centrando la atención en categorías tales como la importancia de la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática, utilidad de la historia de las matemáticas para un profesor de matemáticas, incorporación de la historia de la matemática en la clase de matemáticas y el conocimiento de personajes de la historia de la matemática.

Se realizó una entrevista estructurada como unidad del discurso. Siguiendo aquí una concepción de discurso Van Dijk, (2000) que lo define como un texto (oral y/o escrito) más todos los aspectos relevantes en la instancia de su producción, de su circulación y de su recepción. Este concepto puede ser expresado mediante la fórmula

Discurso = Texto + Contexto.

Así, para estudiar el discurso de una entrevista estructurada determinada, hay que analizar los textos mediante los cuales este discurso se realiza.

En la entrevista de cinco preguntas (abiertas), se indagó sobre:

1. ¿Qué tan importante es la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática?
2. ¿Cuál es la utilidad de la historia de las matemáticas para un profesor de matemáticas?
3. ¿Cómo incorpora la historia de la matemática en la clase de matemáticas?
4. Enuncie cinco personajes de la historia de la matemática.
5. ¿Cuál es el personaje más importante en la historia de la matemática y por qué?

Resultados

Mediante la entrevista estructurada, aplicada a los 23 docentes de matemáticas en ejercicio, se compilaron en un solo archivo, constituyéndose en la unidad hermenéutica base, para el análisis.

Usando las redes semánticas (Anexo 1, 2, 3 y 4) elaboradas en el software de análisis cualitativo, se identificaron las siguientes categorías y subcategorías:

Tabla 1. Categorías de análisis

Categoría	Código	Subcategoría	Código
Importancia de la Historia de la Matemática en la enseñanza	Impor_HM_Enseñan	Motivación en la enseñanza de la matemática	Impor_HM_Enseñan_Motivac
		Aportes a la ciencia	Impor_HM_Enseñan_AportCienc
		Contextualizar las matemáticas	Impor_HM_Enseñan_Context
		Actividad humana	Impor_HM_Enseñan_ActHum
		Sustento Epistemológico	Impor_HM_Enseñan_Episteme
		Línea del tiempo	Impor_HM_Enseñan_LineaTiemp
Utilidad de la Historia de la Matemática para el profesor	Utilid_HM_Profesor	Herramienta pedagógica	Utilid_HM_Profesor_HerrPedag
		Cultura matemática	Utilid_HM_Profesor_CultMate
		Contextualizar las matemáticas	Utilid_HM_Profesor_Context

Categoría	Código	Subcategoría	Código
		Motivación para aprender matemáticas	Utilid_HM_Profesor_Motivac
		Introducción a los temas	Utilid_HM_Profesor_IntrodTemas
		Construcción humana	Utilid_HM_Profesor_ConstrHum
Incorporación de la Historia de la Matemática en la clase	Incorp_HM_Clase	A través de preguntas	Incorp_HM_Clase_Preguntas
		Como conducta de entrada	Incorp_HM_Clase_Introducc
		Videos	Incorp_HM_Enseñan_Videos
		Lecturas	Incorp_HM_Enseñan_Lecturas
		Línea del tiempo	Incorp_HM_Clase_LineaTiempo
		Partiendo de problemas	Incorp_HM_Enseñan_Problemas
		No incorpora	Incorp_HM_Clase_NoIncorp
Conocimiento de personajes de la historia de la matemática	Conocim_Personaj_HM	Relaciona matemáticos del álgebra	Conocim_Personaj_HM_Algebra
		Relaciona matemáticos del Cálculo	Conocim_Personaj_HM_Calculo
		Relaciona personajes de la estadística	Conocim_Personaj_HM_Estadist
		Relaciona matemáticos de la geometría.	Conocim_Personaj_HM_Geomet

Fuente: Autores

Conclusiones

Con lo anterior, y estableciendo la relación que se evidencia en las redes semánticas (Anexo 1, 2, 3 y 4), se pudo encontrar la siguiente información:

Acerca de qué tan importante consideran los profesores de matemáticas, a la historia de las matemáticas en la enseñanza, se pudo ver que la consideran muy importante para reconocer que fue una construcción humana, para contextualizarla, también porque permiten reconocer los aportes a la ciencia a través del tiempo y porque logra motivar a los estudiantes; solo un participante reconoce la importancia en el sustento epistemológico que brinda la historia a las matemáticas.

Sobre la utilidad de la historia de las matemáticas, para un profesor de matemáticas, la encuentran en el contexto y la cultura matemática en general; otros afirman que es útil reconocerla como una construcción humana, que sirve como elemento motivador para la clase y como herramienta pedagógica, también la consideran muy útil a la hora de introducir los temas en matemáticas.

A cerca de cómo incorpora la historia de las matemáticas en la clase de matemáticas, los participantes mencionaron actividades como las siguientes:

- Introducción al tema de la clase
- Haciendo una línea del tiempo para ver la evolución de las matemáticas
- Utilizando preguntas generadoras que provocaran curiosidad y necesidad de descubrir.
- Presentando lecturas de la historia
- Presentando situaciones problémicas
- Presentando videos

Sobre el conocimiento que tienen los profesores sobre personajes de las matemáticas, estuvo asociado al área en el que más se desempeñan: álgebra, geometría, Cálculo y o

Estadística, siendo más reconocidas la geometría con Euclides y Pitágoras para el Álgebra. Sin embargo, algunos de los participantes mencionaron de manera general a Leonardo Euler, Newton, Gauss y Hilbert.

De acuerdo a la pregunta problema que se formuló al inicio: *¿Qué objeto tiene para la educación matemática, enseñar matemáticas con su historia?* Se trata de presentar aquí un análisis que permite dar cuenta de las consideraciones de los profesores de matemáticas en ejercicio, sobre la enseñanza de las matemáticas, incluyendo su historia.

Al respecto, se pudo encontrar que los profesores coinciden en reconocer la importancia de las historia de las matemáticas, para enseñar matemáticas, en el sentido de que se le puede mostrar a los estudiantes que las matemáticas son una construcción humana, que se gestó a partir de diferentes estímulos, en ocasiones para resolver problemas, para describir fenómenos de la naturaleza y también por gusto y amor al conocimiento.

Uno de los propósitos de incorporar en las clases de matemáticas, su historia es evidenciar su presencia en nuestras actividades humanas a través del tiempo, de este modo se la humaniza, además, es una forma de entender que no fue inventada por los dioses. En cuanto a la cultura matemática y la contextualización, que se logra con la historia de las matemáticas, permite que los profesores amplíen su horizonte intelectual y en consecuencia, logren motivar a sus estudiantes el interés, las ganas de saber, el amor al conocimiento y tener herramientas necesarias para adaptarse a los cambios. Cuando el profesor muestra amor al conocimiento, esto se logra cultivar y transmitir a los estudiantes.

Referencias

Cano G. (199,2000). Sobre la utilidad y el perjuicio de la historia para la vida [ll intempestiva]. Editorial Biblioteca Nueva, Madrid, Edición, traducción y notas de Germán Cano., Pág. 62-75.

Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. *Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada: Comares.

Font, V., Sala, G., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Aspectos históricos presentes en las propuestas de innovación de profesores de básica de matemáticas. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 10, n. 3, 2017. Recuperado de https://revistas.utfpr.edu.br/rbect/article/view/7752

Galán, B., (2012). La historia de las matemáticas. De donde vienen y hacia donde se dirigen. Recuperado de https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/Gal%C3%A1n%20Atienza%2C%20Benjam%C3%ADn.pdf?sequence=1

Gil, F., & Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 21*(1), 27-47.

González, el al. (2014). Redes semánticas en la enseñanza de las matemáticas. Boletín científico de ciencias básicas e ingeniería. Julio 2014 Vol. 2 No.3. Universidad Autónoma de Hidalgo. Disponible en https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/icbi/n3/a1.html

González, P. La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. Revista Suma 45, Febrero 2004. Pág. 17–28. Recuperado de https://revistasuma.es/IMG/pdf/45/017-028.pdf

Guacaneme, E. (2010). ¿Qué tipo de historia de las matemáticas debe ser apropiada por un profesor? Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/10437/1/Guacaneme2010Qu%C3%A9.pdf

Martínez, M., & Chavarría, J. (2012). Usos de la historia en la enseñanza de la matemática. Recuperado de http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Margot-Martinez3.pdf

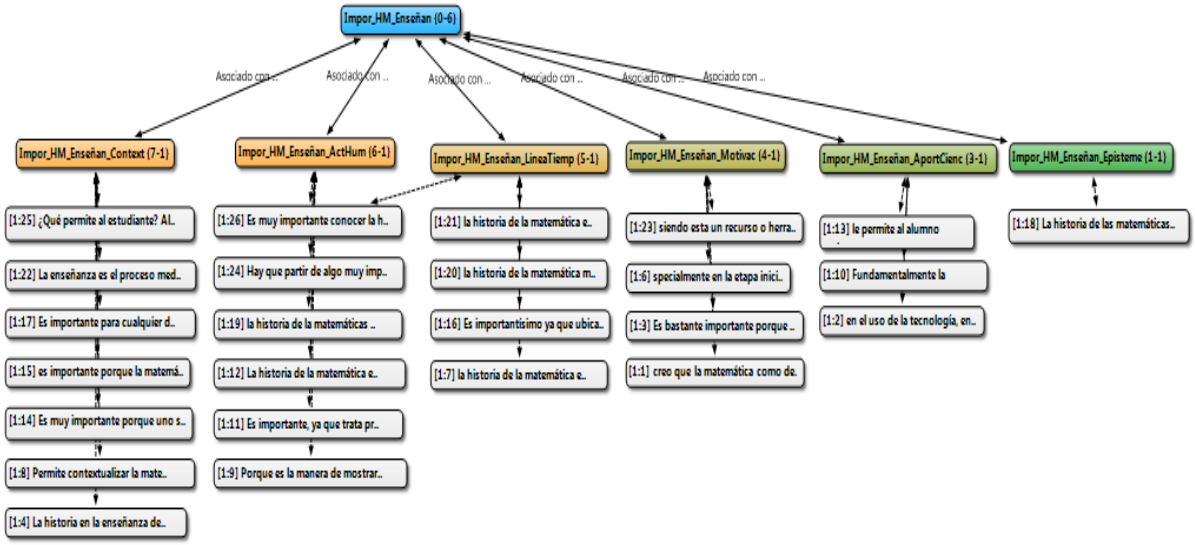
Moreno, M., & Azcarate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, *21*(2), 265-280.

Thompson A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. A. Grouws, (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nueva York: Macmillan.

Valles, M. (2000). Técnicas cualitativas de investigación social. Madrid: Síntesis.

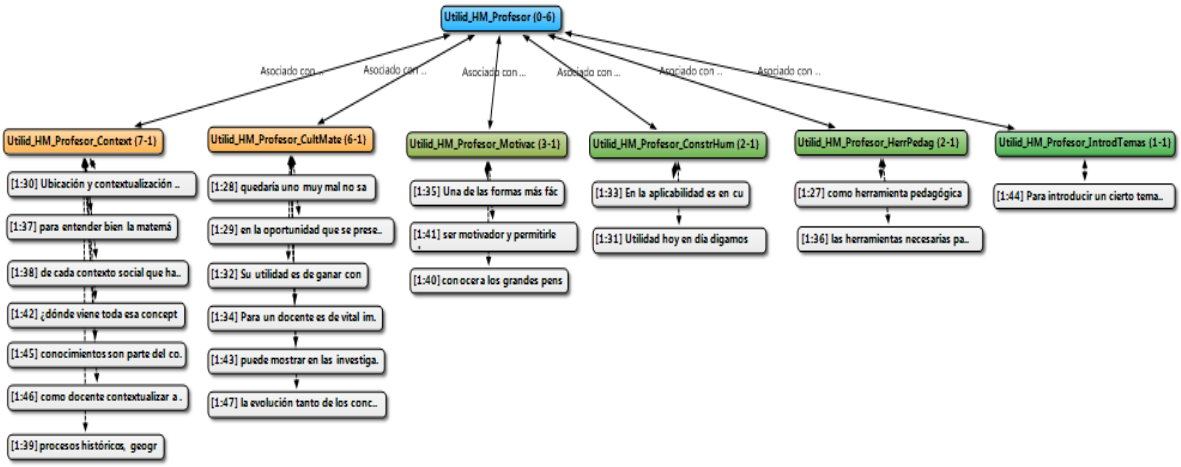
Van Dijk, T. (2000). *El discurso como interacción social*. Barcelona: Gedisa.

Anexo 1

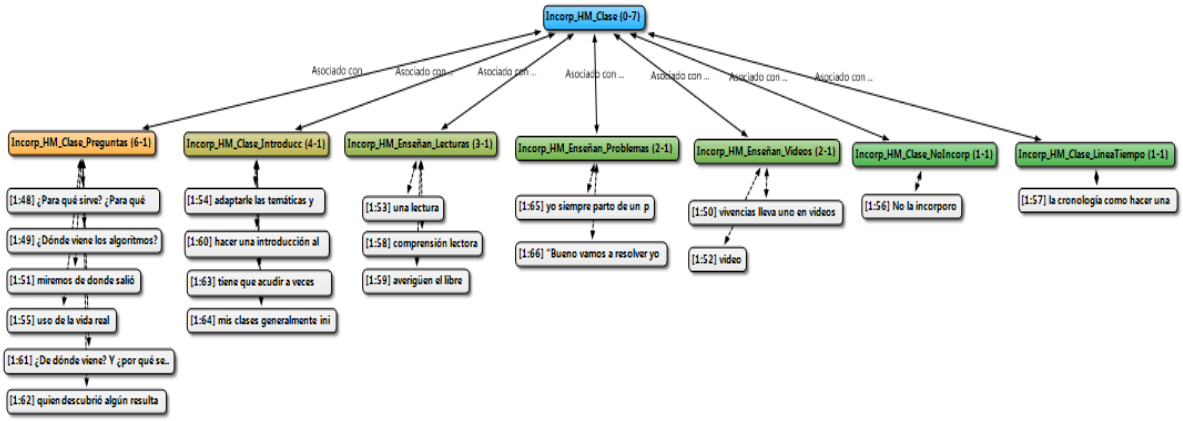


Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Anexo 2

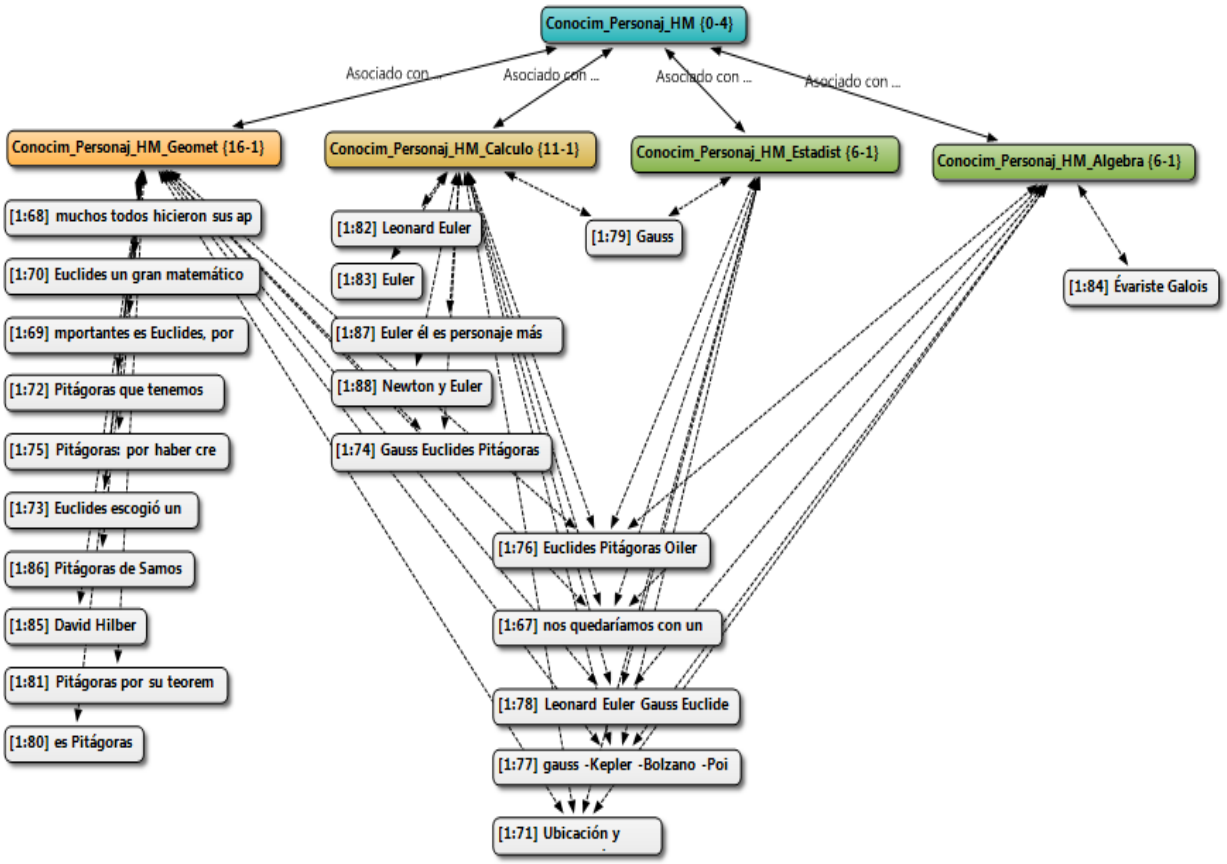


Anexo 3



Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Anexo 4



Grupo de Investigación en Educación Estocástica

La elaboración y validación de libros paradidácticos en la enseñanza de combinatoria, estadística y probabilidad en la enseñanza primaria (Resumen de la Conferencia)

Ailton Paulo de Oliveira Júnior
drapoj@uol.com.br
Universidade Federal do ABC, Sao Paulo, Brasil

El desarrollo de este trabajo se realizará en tres etapas, siendo que la primera es caracterizada por el análisis y clasificación de libros paradidácticos publicados en el mercado editorial brasileño. Para Menezes y Santos, (2002), los libros o materiales paradidácticos, sin ser propiamente didácticos, son utilizados para ese fin. Son importantes porque pueden utilizar aspectos más lúdicos que los didácticos y, de esa forma, ser eficientes desde el punto de vista pedagógico. Reciben ese nombre porque se adoptan de forma paralela a los materiales convencionales, sin sustituir los didácticos. La segunda etapa es la elaboración de material que contemple aspectos relacionados a los contenidos de Análisis Combinatorio, Estadística y Probabilidad ya la lectura, a partir de los siguientes pasos: 1) Crear la historia que será el hilo conductor de las acciones a ser desarrolladas; 2) Crear personajes; 3) Elegir los contenidos que serán abordados; 4) Dibujar las ilustraciones y los grabados; 5) Elaborar el texto. Así, el texto paradidáctico denominado "Juego de las Combinaciones" se basó en el desarrollo de un trabajo que se adapte a los ritmos de aprendizaje, además de proporcionar una mayor proximidad alumno-profesor, marcada a partir de la interacción y colaboración. La elaboración de un libro paradidáctico sobre la enseñanza de Estadística en los años finales de la Enseñanza Fundamental "Las aventuras del tío Ailton y su clase en el mundo de la estadística" se trata de una actividad diferenciada, buscando eliminar el estereotipo de que para saber estadística no es necesario realizar la lectura. El libro paradidáctico "Jugando en la Olimpiada Nacional de Probabilidad" se presenta como un recurso que exige objetivo y significados considerando que el estudio de Probabilidad se hace presente en el mundo contemporáneo, en las diferentes áreas del mundo, el conocimiento, dada la importancia en función de su uso en la sociedad. Consideramos que los libros paradidácticos se presentan como un recurso que exige objetivo y significados que se va a adquirir para interactuar con las demás materias, sin ser confundidas con ellas de forma positiva y productiva para las matemáticas. La tercera etapa, que aún no se ha realizado, será la aplicación y validación de este material en el aula para identificar posibles problemas y la posibilidad de su aplicación en el día a día de la enseñanza de la Combinatoria, Estadística y Probabilidad. Tenemos la intención de aplicar los libros desarrollados en las clases de la escuela primaria con los siguientes pasos: (1) Pedir a los alumnos para explicar en detalle tres tipos de

cuestiones que aprendió en el libro; (2) Solicitar a los alumnos que confeccionen una ficha con las principales ideas del libro; (3) Solicitar a los alumnos que evalúen las actividades propuestas y la historia a través de un texto. El trabajo todavía mostró que la elaboración de libros paradidácticos puede ser herramienta de aprendizaje de esos contenidos, pues es necesario: 1) comprender las informaciones de las fuentes especializadas, seleccionarlas y organizarlas; 2) adaptar el lenguaje al nivel de enseñanza; 3) hacer el libro atractivo, con figuras e ilustraciones. Además, la universidad puede auxiliar en la mejora de la enseñanza de estos contenidos, ofreciendo material científicamente correcto y adecuado a la escuela. Se puede concluir que la construcción de este libro paradidáctico es posible gracias a la sensibilización, implicación, querer hacer, apostar en una producción colectiva, por parte de los involucrados en el proceso. Se constató, también, un perfeccionamiento de la contextualización, la inter-textualización y el desarrollo de nuevas competencias y habilidades durante el proceso de construcción colectiva.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica