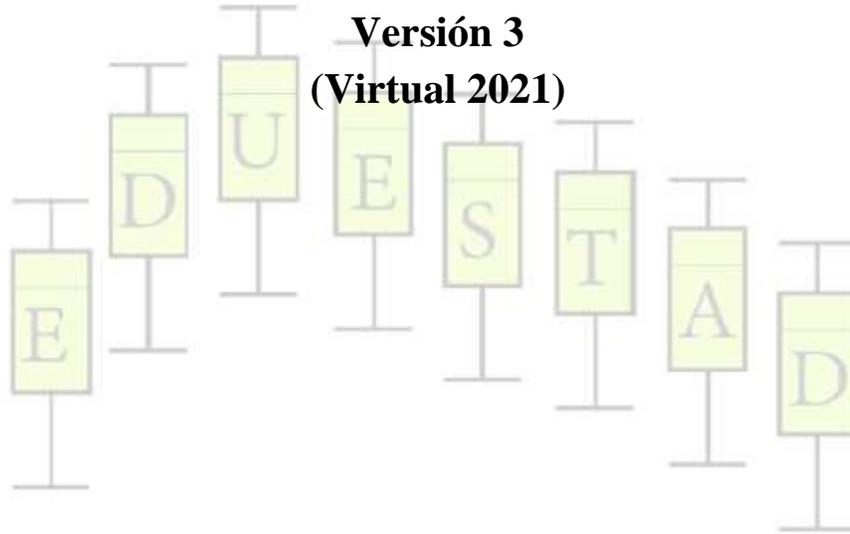




COLOQUIO DE EDUCACIÓN ESTOCÁSTICA

Versión 3
(Virtual 2021)



Grupo de Investigación en Educación Estocástica



UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
Grupo de Investigación en Educación Estocástica
EduEstad-UT
Mayo 29 de 2021

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

Editora

Dicleny Castro Carvajal

Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT

Comité Editorial

MSc. Dicleny Castro Carvajal

MSc. Dagoberto Salgado Horta

MSc. Miguel Armando Rodríguez Márquez

MSc. John Jairo Zabala Corrales

**Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT**

Corrección de estilo

MSc. María Yazmín Soto Alvarado

Diseño y diagramación

Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.
EduEstad-UT

ISSN

2665-587X (En Línea)

2021 Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT

2021 Autores

Mayo 2021

Se autoriza la reproducción total o parcial de algún artículo, previa cita a la fuente:

Castro, D. (Ed.). (2021). **Memorias** Versión 3 del Coloquio de Educación Estocástica. Ibagué, Colombia: Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima. EduEstad-UT.

Comité Organizador

MSc. Diclenny Castro Carvajal

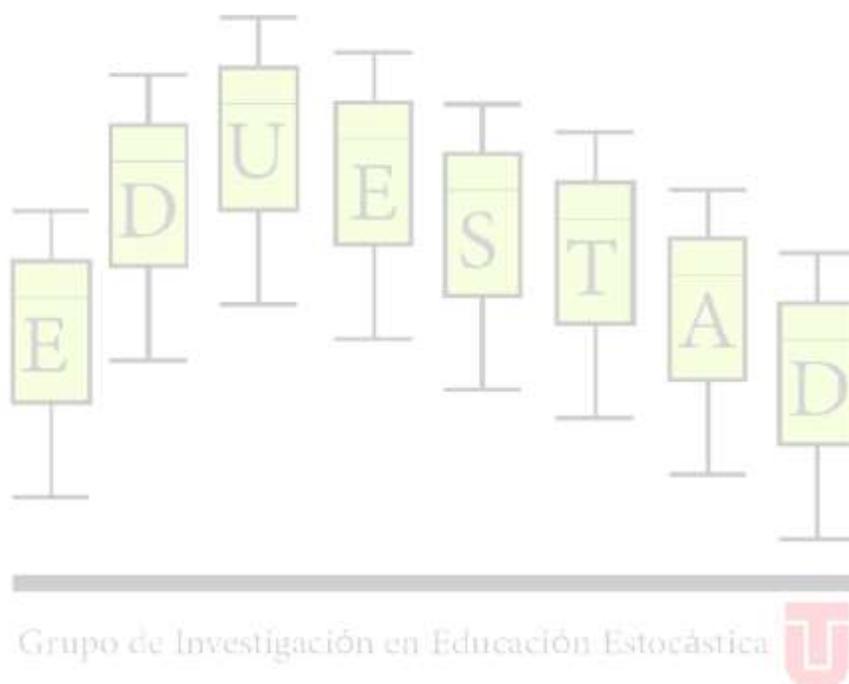
MSc. Dagoberto Salgado Horta

MSc. Miguel Armando Rodríguez Márquez

MSc. John Jairo Zabala Corrales

Grupo de Investigación en Educación Estocástica Universidad del Tolima.

EduEstad-UT



Las opiniones, ideas y conceptos, expresadas en estas memorias son total responsabilidad de los autores de cada una de las ponencias. El Grupo de Investigación en Educación Estocástica de la Universidad del Tolima, el Comité Organizador de la Versión 3 del Coloquio de Educación Estocástica, así como la editora, no se hacen responsables de las ideas aquí presentadas. Se autoriza la reproducción total o parcial para fines académicos, citando la fuente y autor. Para comunicación puede escribir al email eduestad@ut.edu.co

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

Presentación

El Grupo de Investigación en Educación Estocástica EduEstad, de la Universidad del Tolima, convoca al Coloquio de Educación Estocástica V3, evento que congrega a la comunidad académica interesada en los temas relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la estadística, probabilidad y combinatoria. Invita a profesionales de la estadística y de la educación estadística, de reconocida trayectoria a discutir diversas temáticas alrededor de la Educación Estocástica, en diversas líneas de investigación de la Educación Estocástica.

Objetivos

- Congregar a la comunidad académica dedicada a la educación del pensamiento aleatorio.
- Conocer y compartir experiencias de aula en donde se aborden aplicaciones y temáticas de la probabilidad y la estadística.
- Fortalecer y consolidar redes de educadores e investigadores de la Educación Estocástica a nivel regional.
- Consolidar una comunidad académica en torno a la construcción de una sociedad estadísticamente culta.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

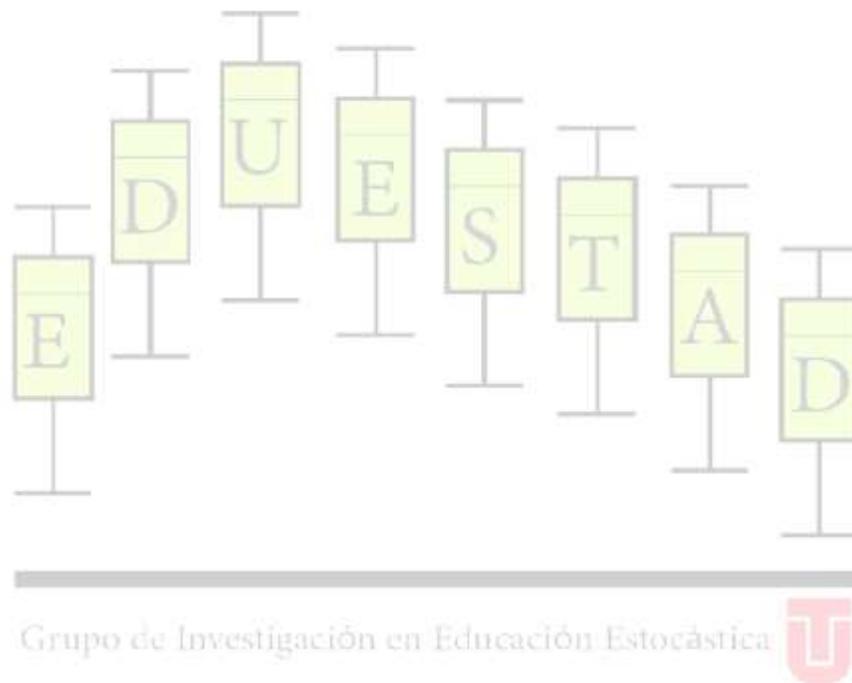


Contenido

¿Por Qué los Profesores de Educación Básica y Media Encuentran Inconvenientes al Enseñar Estadística?	7
Cultura Estadística	17
Desarrollo del Pensamiento Estocástico con Ayuda de la Herramienta Estalab en Estudiantes de Grado Quinto	24
Impacto del Aprendizaje Basado en Proyectos Colaborativos – Abpc con la Herramienta de Microsoft Teams en Estudiantes del Curso de Estadística Descriptiva del Programa de Contaduría Pública de Uniminuto sede Ibagué	33
La Experimentación Agrícola como una Estrategia de Enseñanza De la Biometría en Estudiantes del Programa de Ingeniería Agroecológica de La Universidad de la Amazonía ...	38
Unidad Didáctica Basada en los Estilos de Aprendizaje para Desarrollar Competencia Matemática Relacionada con la Solución de Problemas que Implican Interpretación y Análisis de Datos Estadísticos	47
La Retención Escolar de los Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas Desde la Óptica de los Modelos Binarios	53
Los Medios de Comunicación Masivos Digitales y la Alfabetización Estadística: una Mirada en Estudiantes de Grado Noveno.....	57
Dificultades de Estudiantes de Grado Noveno con la Mediana	66
El Problema de la Secretaria: un Reto a Todo Nivel	74
El Juego “Cierra la Caja” como Herramienta para Evaluar Pensamiento Probabilístico.....	83
E_Rally: Una Aplicación de la Media Armónica.....	94
Azimut-Est: Un Recurso Didáctico para el Aprendizaje de la Estadística.....	100
¿Aprender y Enseñar Estadística o Enseñar y Aprender de las Estadísticas?	109

La Investigación como Estrategia Pedagógica para el Aprendizaje de la Estadística Descriptiva 117

Análisis de los Índices de Precipitación Utilizados para el Estudio de la Variabilidad Climática 127





¿Por qué los Profesores de Educación Básica y Media encuentran inconvenientes al enseñar Estadística?

Yilton Riascos Forero

Profesor titular dpto. de matemáticas - Universidad del Cauca
yirifo@unicauca.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

La enseñanza de la Estadística en los niveles de básica y media, realizada por los profesores de Matemáticas, ha evidenciado inconvenientes en estos procesos para que los estudiantes alcancen dominio de los conceptos, mostrando desconocimiento de los profesores en aspectos de la epistemología y la metodología de la Estadística, incluso de la historia, que explican los porqué de estos inconvenientes. Realizando un ejercicio de reflexión sobre algunas de estas dificultades, acompañado de una explicación teórica y de resultados de investigación, se busca que los profesores, en su trabajo de enseñanza, contribuyan al desarrollo de la cultura estadística de los estudiantes, alcanzando una toma de conciencia del aporte que este campo de conocimiento ofrece a los actores del aula de Matemáticas.

Palabras clave: Educación Estadística, Cultura Estadística, Enseñanza de la Estadística, Formación de Docentes, Incertidumbre.

Abstract

The teaching of Statistics at the basic and high school levels, carried out by Mathematics teachers, has shown drawbacks in these processes for students to achieve mastery of the concepts, showing lack of knowledge of teachers in aspects of epistemology and methodology of Statistics, including history, which explain the reasons for these

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

inconveniences. Carrying out a reflection exercise on some of these difficulties, accompanied by a theoretical explanation and research results, it is sought that the teachers, in their teaching work, contribute to the development of the statistical culture of the students, reaching an awareness of the contribution that this field of knowledge offers to the actors of the mathematics classroom.

Keywords: Statistical Education, Statistical Culture, Teaching of Statistics, Teacher Training, Uncertainty.

“La falta de conocimiento constriñe el pensamiento. Desafortunadamente, lo que "sabemos" no es solo nuestro mayor recurso, sino también nuestra mayor maldición, porque los fundamentos de lo que "sabemos" a menudo no tiene una base sólida” (Wild y Pfannkuch, 1999, p. 223).

Introducción

Desde finales de los años 80 del siglo pasado (Documento de Discusión, 2006), a nivel mundial se presentó la inclusión de contenidos de la Estadística en la mayoría de los currículos de matemáticas de la educación primaria y secundaria, lo que llamó el interés de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) para unir esfuerzos y organizar en el año 2008 un Estudio Conjunto relacionado con problemas actuales de la enseñanza de la estadística dentro de la matemática escolar. El ICMI Study 18 y la IASE 2008 Round Table se fusionaron, dando lugar al Joint ICMI/IASE Study. Ambas instituciones propusieron al Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) México, ser la sede del Congreso en el que se analizaron y discutieron todas las propuestas de los participantes.

Este encuentro marcó el inicio del desarrollo investigativo que impulsó la Educación Estadística y fortaleció aún más esta comunidad compuesta por Estadísticos, Educadores Estadísticos, Educadores Matemáticos y Psicólogos, como muestra de la interdisciplinariedad que requiere la enseñanza de la Estadística.

En nuestro país este movimiento permitió una toma de conciencia que desde las universidades mostró interés al fortalecer la participación y creación de diferentes grupos de investigación e investigadores individuales, presentando sus resultados en los diversos eventos nacionales y evidenciando su fortalecimiento con la participación en la mesa de Pensamiento Aleatorio que organizó la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME) en su 17º Encuentro Colombiano de Matemática Educativo, realizado en Bogotá en 2018.

De igual forma aparece el creciente esfuerzo que venimos realizando los investigadores que nos hemos reunido alrededor de la Asociación Colombiana de Educación Estocástica (ASCEDEST) que ya completa 8 años de funcionamiento y ha realizado 4 encuentros

internacionales sobre Educación Estocástica. Otro resultado que merece reconocimiento es el que realizan profesores del grupo de Investigación en Educación Estocástica de la Universidad del Tolima, que se consolida a través del Coloquio de Educación Estocástica, en el que hoy nos encontramos reunidos. Y así existen otras manifestaciones en diferentes partes del país que ameritan reconocimiento.

Es a través la formación de licenciados en matemáticas y de la capacitación de docentes en ejercicio que se logra alcanzar un impacto positivo en este esfuerzo por mejorar la enseñanza de la estadística en los niveles de formación de básica y media, e igualmente se logra fortalecer la investigación en Educación Estadística en nuestro país.

Este trabajo muestra un resumen de la reflexión y el ejercicio que desde la Universidad del Cauca venimos realizando como un aporte a este importante objetivo.

La responsabilidad del profesor de matemáticas

Los lineamientos curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (Ministerio de Educación Nacional, 1998), se presentan como constituyentes de “puntos de apoyo y de orientación general frente al postulado de la ley que invita a entender el currículo como un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional”, es decir el programa de formación matemática que cada institución y cada maestro deben construir y desarrollar como una guía para alcanzar la formación matemática de los estudiantes.

De esta forma, los profesores adquieren la responsabilidad de construir y liderar los programas de contenido matemático que atiendan las necesidades sociales y las demandas de evaluación institucional que, a través de pruebas de estado, realiza el gobierno. Tales programas, deben atender las perspectivas metodológicas, históricas y filosóficas que esgriman los docentes, lo que en palabras comunes implica responder preguntas como ¿qué son las matemáticas?, ¿por qué son una ciencia exacta?, ¿cómo se constituyen en ciencia? y desde una perspectiva más pragmática, ¿para qué me sirven?

El modelo estructural que presentan los lineamientos curriculares del MEN consta de 3 componentes:

1. Procesos: entre los que se encuentran el Razonamiento, la Resolución y Planteamiento de Problemas, la Comunicación, la Modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

2. Conocimientos básicos: entre los que se cuentan i) Pensamiento Numérico y Sistema Numérico, ii) Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos, iii) Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas, **iv) Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos** y v) Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

3. Contexto: que considera situaciones problemáticas de la misma matemática, de la vida diaria y de las otras ciencias.

Como puede observarse, esta estructura establece una demanda para el profesor que radica en un esfuerzo intelectual que fácilmente puede desbordarlo ya que:

La renovación curricular propuso acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las medidas, **los datos estadísticos**¹, la misma lógica y los conjuntos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 17)

Lo que incita a pensar en incluir la totalidad de las matemáticas, desde la perspectiva sistémica, en el currículo y la falsa creencia de que la estadística es una parte de las matemáticas por estar incluida en ese currículo.

A partir de lo antes expuesto se observa que la estructura propuesta por los lineamientos curriculares del MEN, establecen en el profesor la responsabilidad del conocimiento de la estadística y su incorporación en los contenidos de los programas matemáticos que deben desarrollarse en las instituciones educativas. Tal responsabilidad no encuentra asidero en los procesos de formación de licenciados y otros profesionales que egresan de las instituciones de educación superior.

Pero este problema que planteamos no es exclusivo de nuestro país, tiene su origen en la inclusión de conocimientos estadísticos que, desde los años 80 del siglo pasado, se hizo en el currículo de matemáticas de los diferentes niveles educativos de todo el mundo. Lo que conllevó el interés de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) para unir esfuerzos y organizar en el año 2008 un Estudio Conjunto relacionado con problemas actuales de la enseñanza de la estadística dentro de la matemática escolar. El ICMI Study 18 y la IASE 2008 Round Table se fusionaron, dando lugar al Joint ICMI/IASE Study. Ambas instituciones propusieron al Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) México, ser la sede del Congreso en el que se analizaron y discutieron todas las propuestas de los participantes.

Los resultados de este Estudio Conjunto, además de plantear las bases y lineamientos para el desarrollo de la investigación en Educación Estadística, dejaron claro que el profesor de matemáticas requiere de apoyo para poder responder a la demanda que hace la inclusión de esos contenidos en el currículo de matemáticas.

Trabajos pioneros sobre los que se apoyaron investigaciones presentadas en este Estudio Conjunto, como el de Wild y Pfannkuch (1999), que describe modelos para el pensamiento estadístico en la escuela, Desrosières (1996), que presenta una perspectiva histórica de la emergencia de los indicadores de tendencia central y su impacto en la toma de decisiones políticas, Sánchez (2000), que describe con mayor detalle los aportes de Quetelet al

¹ La negrita y el subrayado son nuestros.

desarrollo de la estadística moderna y el cambio de paradigma que se establece alrededor de la consideración del “hombre medio” como el ideal del que todos provenimos pero que ninguno puede alcanzar exactamente. Riascos et al. (2000) en el que se presenta un recuento de la historia de la Educación Estadística y del proceso de constitución del International Statistical Institute (ISI) y de la IASE, o el resumen en el que Batanero (2000), presenta las perspectivas de investigación y desarrollo de la Educación Estadística, son solo la muestra de todo el cúmulo de resultados que en la actualidad ha crecido de forma exponencial y que pone la Educación Estadística al nivel de campo de investigación.

Sobre el Desarrollo de Estrategias de Enseñanza de la Estadística

Si bien las preocupaciones y los intereses del Estudio Conjunto ICMI/IASE (2006) abarcaban aspectos relacionados con la probabilidad y la estadística, la propuesta se centró sobre la especificidad de la enseñanza de la estadística en los niveles escolares y en la formación de los profesores para crear una panorámica de la visión actual.

Así, los temas y preguntas de investigación se estructuraron en seis temas diferentes pero que todos ellos apuntan en la dirección de la comprensión del desarrollo del pensamiento estadístico y las condiciones en las que este desarrollo se puede dar en las instituciones que implementaron contenidos estadísticos en sus currículos de matemáticas.

Tema 1. Situación actual de la enseñanza de la estadística en las escuelas (12 preguntas).

- ¿Cuál es la situación actual de la enseñanza de la estadística en los niveles de educación primaria y secundaria en diferentes países?
- ¿Qué estatuto tiene el análisis de datos y la estadística en el currículo de diferentes países?
- ¿Qué contenido estadístico se incluye en los currículos y exámenes nacionales y cómo afecta a la enseñanza?
- ¿Cómo puede el énfasis actual en la evaluación y rendimiento limitar o reforzar la educación estadística en los niveles de escuela primaria y secundaria?
- ¿Se enseña la estadística como un tema puramente matemático, o se integra en otros temas como las ciencias y estudios sociales?
- ¿Cuáles son los principales problemas actuales sobre la forma en que se enseña la estadística?
- ¿Cómo podemos comparar la enseñanza de la estadística y la enseñanza de otros temas de matemáticas en el currículo escolar?
- ¿Qué diferencia hay entre enseñar estadística y enseñar cultura estadística?
- ¿Qué enseñanza específica de razonamiento estadístico se requiere?

- ¿Cómo debería enseñarse la estadística a través de trabajos con proyectos, relacionando la estadística con sus aplicaciones y ampliando la enseñanza de la estadística fuera de la clase de matemáticas?
- ¿Cuáles son los buenos ejemplos de enseñanza de estadística en las escuelas?
- ¿Cuáles son los principales retos asociados a la formación de estudiantes para la transición de la escuela a la universidad?

Tema 2. Actitudes, conocimientos concepciones y creencias de los profesores, con relación a la Educación Estadística (7 preguntas).

- ¿Cuáles son las actitudes y creencias de los profesores sobre la estadística y su papel en la matemática escolar?
- ¿Cómo afectan las actitudes y creencias de los profesores sobre la estadística y su enseñanza de la estadística a su enfoque pedagógico?
- ¿Qué conocimiento básico y profundo sobre la estadística deben adquirir los profesores para poder desarrollar los conceptos y la investigación estadística en sus estudiantes?
- ¿Cuánta probabilidad formal necesitan?
- ¿Qué instrumentos y estrategias de investigación son útiles para determinar el conocimiento de la estadística y de la enseñanza de la estadística que tienen los profesores?
- ¿Qué conocimientos y competencias pedagógicas básicas requieren los profesores para enseñar con éxito estadística en los diversos niveles escolares?
- ¿Cómo se relacionan estas competencias entre sí?

Tema 3. Análisis de las prácticas actuales en formación de profesores respecto a la enseñanza de la estadística (8 preguntas).

- ¿Cuáles son las prácticas actuales de formación de profesores para enseñar estadística en diversos países?
- ¿Qué es prometedor y qué es débil en dichas prácticas?
- ¿Cuáles son los programas que fueron útiles para ayudar a los profesores a desarrollar su conocimiento estadístico y sus competencias para la enseñanza?
- ¿Qué evidencias tenemos de buenas situaciones didácticas que son significativas para los profesores y pueden usarse para formar a los profesores para enseñar estadísticas?
- ¿Qué ejemplos tenemos de experiencias de aprendizaje para profesores en formación, que les ayude a construir un sentido global de las ideas fundamentales en estadística y de la forma en que deben enseñarse?
- ¿Cómo podemos usar la tecnología para apoyar el aprendizaje estadístico del profesor?
- ¿Qué materiales hay actualmente disponibles para ayudar a los profesores a aumentar su conocimiento y competencia con relación a la enseñanza de la estadística?

- ¿Qué oportunidades de desarrollo profesional tienen los profesores mientras enseñan estadística?

Tema 4. Mejorando la formación de los profesores para enseñar estadística. Una mirada al futuro (14 preguntas).

- ¿A qué retos se enfrentan los profesores y qué apoyo necesitan cuando enseñan estadística?
- ¿Qué bases teóricas tenemos sobre el aprendizaje de la estadística por parte de los profesores?
- ¿Qué aprendizaje de la estadística basado en la práctica es esencial para los profesores en activo y futuros profesores?
- ¿Qué estudios de casos recogidos en la práctica escolar pueden ayudar en la educación de profesores?
- ¿Cómo preparar a los profesores para adquirir un conocimiento adecuado del contexto, cuando basan su enseñanza de la estadística en un rango amplio de aplicaciones?
- ¿Cómo puede ayudarse a los profesores a ser capaces de crear diseños didácticos que permitan a sus estudiantes adquirir las ideas básicas de estadística?
- ¿Qué experiencias con la tecnología estadística son esenciales para los profesores?
- ¿Cómo se puede facilitar su aprendizaje de la estadística a través de la tecnología?
- ¿Cuánto conocimiento precisan los profesores sobre aprendizaje multimedia para poder aprovechar las ventajas de la tecnología en sus diseños didácticos?
- ¿Cuántos conocimientos requieren sobre métodos empíricos y experimentales, como la simulación?
- ¿Cómo pueden los profesores adquirir un nivel suficiente de cultura estadística?
- ¿Cuánta competencia crítica de lectura y evaluación de informes basados en estadística en los medios de comunicación (e.g. Periódicos, TV, Internet) precisan?
- ¿Cómo ayudan la investigación actual a comprender las buenas prácticas de los profesores o los programas de formación en educación estadística?
- ¿Qué nueva investigación se necesita para ayudar a preparar a los profesores para enseñar estadística en el ámbito escolar?

Tema 5. Formación de profesores en países en desarrollo (7 preguntas).

- ¿Cuáles son los desafíos y perspectivas de los profesores de países en desarrollo, donde la infraestructura es generalmente pobre, la tecnología adecuada como calculadoras u ordenadores puede estar disponible pero no es alcanzable y donde el software estadístico no está disponible o no es alcanzable incluso cuando se disponga de ordenadores?

- En el contexto de países en desarrollo, ¿Cómo influye la cultura sobre las decisiones educativas de los profesores al enseñar estadística?
- ¿Cómo sus creencias, normas culturales, lenguaje y experiencia influyen en la enseñanza y aprendizaje de la estadística?
- ¿Qué estrategias y métodos son útiles para formar profesores y para el aprendizaje de los estudiantes en los países en desarrollo?
- ¿Qué características de los países en desarrollo podrían usarse para apoyar el aprendizaje de ideas estadísticas?
- ¿Qué podría hacerse para asegurar que la educación estadística florezca, incluso en contextos difíciles?

Tema 6. Construyendo la colaboración entre educadores matemáticos y educadores estadísticos para la formación de profesores (7 preguntas).

- ¿Cuáles son los modelos productivos para la colaboración de miembros de departamentos universitarios de estadística y educación matemática para proporcionar cursos de estadística a los profesores en formación?
- ¿Cuáles son los modelos productivos para que las oficinas de estadística, profesionales estadísticos en otras áreas y asociaciones profesionales de estadística participen en la preparación de los profesores de estadística?
- ¿Cuáles son los buenos ejemplos de programas y actividades de colaboración que tuvieron éxito en la educación de profesores para enseñar estadística?
- ¿Qué formas efectivas tienen los estadísticos para ayudar a comprender a matemáticos y educadores matemáticos que la estadística es diferente de la matemática y los profesores necesitan conocimiento y formación específica para enseñar estadística en forma eficiente?
- ¿Cuáles son las estrategias efectivas para ayudar a los profesores de matemáticas a comprender la importancia de la estadística como disciplina?
- ¿Cuáles son los buenos ejemplos de estadísticos y matemáticos trabajando en colaboración para encontrar formas de integrar auténticamente la estadística en el estudio de diferentes temas matemáticos en las escuelas primarias y secundarias?
- ¿Qué conocimiento y habilidades necesitan los educadores de profesores (que trabajan con profesores en formación) para desarrollar y mejorar el razonamiento, cultura y conocimiento estadístico de los futuros profesores?

La observación detenida de los temas y la revisión de las preguntas, permiten entender que el esfuerzo que pueden hacer los profesores de matemáticas para cumplir con un adecuado trabajo en el desarrollo del pensamiento estadístico en la escuela, sin contar con un buen acompañamiento de comunidades preparadas y preocupadas por este conocimiento, como la comunidad de Estadísticos o la de Educadores Estadísticos, resulta en un fracaso evidente y

apreciable en los resultados de las pruebas de estado nacionales (Saber), e internacionales (Pisa), tal como viene apareciendo reportado.

Es entonces imprescindible que las comunidades organizadas y los investigadores que venimos trabajando en este campo de conocimientos, propendamos por establecer comunicación, identificar intereses y proyectar estrategias que permitan, a través de un cronograma, trabajar conjuntamente para encontrar resultados proclives a cambiar la dinámica de la enseñanza de la estadística en la escuela, evidenciando este cambio en las actitudes de los profesores frente a la estadística, los resultados de las pruebas de estado alcanzados por los estudiantes y en el incremento de una cultura estadística para todos.

Conclusiones

Aunque el panorama no es el más ideal para pensar en resultados a corto plazo en lo que se refiere al mejoramiento de la enseñanza de la estadística en la escuela, es de esperar que el fortalecimiento de las comunidades de Educadores Estadísticos y de Estadísticos profesionales, que se viene observando a nivel mundial y particularmente en Colombia, permitan la generación de contactos entre ellos y con la comunidad de Educadores Matemáticos, para maximizar el esfuerzo y alcanzar resultados que beneficien a los profesores de matemáticas en ejercicio y en formación, para enfrentar el desafío que les presenta los lineamientos curriculares de matemáticas al exigirles responder por la enseñanza de la estadísticas.

Si se logra que los profesores vayan tomando conciencia de la importancia de trabajar en equipo para obtener resultados en beneficio de la comunidad de estudiantes que requieren del fortalecimiento de su pensamiento crítico a través del aprendizaje de la estadística, podremos evidenciar el cambio necesario para avanzar hacia una sociedad cada vez más justa y equitativa.

Debemos apostar por el cambio que se necesita en estos momentos y que espera de todos un poco de esfuerzo y de mucha bondad para que actuando en la diferencia alcancemos el beneficio colectivo.

Referencias

- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15(2), 13.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Netherlands, Netherland: Kluwer Academic Publishers.
- Campos, C. R., Lorenzetti Wodewotzki, M. L., y Jacobini, O. R. (2011). *Educação Estatística: Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica Editora Ltda.

- Desrosières, A. (1996). Reflejar e Instituir: La invención de los indicadores estadísticos. *Los indicadores socio-políticos hoy*, (págs. 41-57). París
- Díaz Godino, J., Batanero, M. D., y Cañizares, M. J. (1991). *Azar y Probabilidad*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Documento de Discusión. (2006). Educación Estadística en la Matemática Escolar: restos para la Enseñanza y la Formación del Profesor. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (8), 63-75
- Gutiérrez, S. (1994). *Filosofía de la estadística*. Valencia, España: Serie de Publicaciones Universidad de Valencia.
- Hackin, I. (1996). *Representar e intervenir*. México, México: Paidós.
- Hacking, I. (1995). *La domesticación del azar: La erosión del determinismo y el nacimiento de las ciencias del caos*. Barcelona, España: Gedisa Editorial.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares. Áreas obligatorias y fundamentales*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Moore, D. S. (2001). Incertidumbre. En L. A. Steen, *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México, México.
- Porter, T. (2000). Modelos, analogías y razón estadística, 1760-1900. *EMPIRIA, Revista de Metodología de Ciencias Sociales* (3), 35-47.
- Riascos, Y., Caicedo, F. A., Ibarra, Y. A., Jiménez, J. J., y Paz, C. M. (2000). Un panorama de la Educación Estadística desde la Visión Española. *Sin Publicar*.
- Riascos, Y., y Fávero, M. H. (2010). La resolución de situaciones problema que involucran conceptos estadísticos: un estudio que articula datos cognitivos, género e implicaciones educativas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (24), 27-43.
- Sánchez, J. J. (2000). Sociología, Orden Social y Modelización estadística: Quetelet y el "Hombre Medio". *EMPIRIA. Revista de Metodología de Ciencias Sociales* (3), 49-71.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International statistical review*, 67(3), 223-248.
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>



Cultura Estadística

Dicleny Castro Carvajal
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
dcastroc@ut.edu.co

John Jairo Zabala Corrales
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
jjzabalac@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

La presente comunicación aborda la cultura estadística, como una de las componentes fundamentales, en la construcción de una sociedad estadísticamente culta, con el propósito de formar para la ciudadanía. Entendiendo que el concepto de cultura estadística sigue evolucionando, así como todos los actores que han participado en esta construcción. Se realiza una revisión (no exhaustiva) de la literatura con la intención de poner por explícito algunos argumentos de la importancia de la enseñanza de la estadística, no solo para considerar aspectos cognitivos, sino porque involucra factores de orden social vinculados con contextos de información y comunicación que varían constantemente.

Palabras clave: Cultura estadística, Alfabetización estadística, Razonamiento estadística, Pensamiento estadístico.

Introducción

El desarrollo de la sociedad, caracterizada por la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones en ambientes de incertidumbre y el gran volumen de

información sobre diversas temáticas, hace evidente la necesidad de una cultura estadística en las personas.

Entender la "cultura" cómo la forma común-habitual de entender y hacer las cosas, el incorporar a ese quehacer la información estadística, significa que para los usuarios debe tener un "valor significativo" que influya en su conducta.

Las razones por las que la información del ciudadano mantiene inmersa en los sistemas sociales, políticos, económicos y culturales a través de datos, son de interés para la sociedad, de tal manera que como afirma Arias y Aristizabal (2011), “tengan alguna injerencia en el actuar de las personas y en su modo de interpretar la realidad” (p.97).

Diversos autores han estudiado conceptos como alfabetización estadística (Wallman, 1993; Gal, 2002; Garfield, Del Mas y Chance, 2003); Razonamiento estadístico (Del Mas (2002) pensamiento estadístico (Wild y Pfankuch, 1999); Cultura estadística (Gal, 2002; Batanero, 2013) y Sentido Estadístico (Batanero et al., 2013), entre otros autores. Se busca distinguir los elementos básicos de cada concepto y describir su propósito en la formación de ciudadanos, de tal manera que puedan ser reflexionados desde la educación estadística y tengan incidencia en la enseñanza, aprendizaje y evaluación de la estadística escolar. Así mismo, lograr reconocer la cultura estadística en una sociedad del conocimiento que exige aprender en todos los contextos que mantienen cambiando.

Alfabetización Estadística

El término alfabetización estadística o el de cultura estadística, generalmente son usados en la literatura como la traducción de “statistical literacy”. La definición de Iddo Gal sobre alfabetización estadística, se refiere a dos componentes interrelacionados:

- a. Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos,
- b. Capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante. (Gal, 2002, p. 2)

La investigación en educación estadística, ha contribuido a la cultura estadística, cada vez que identifica y presenta los problemas de la enseñanza y del aprendizaje de la estadística y se mantiene en una búsqueda constante por resolverlos, sistematizando experiencias exitosas y proponiendo estrategias desde la didáctica y la posibilidad de recursos para mediar los conocimientos en estadística desde la educación básica. Estos a su vez, son elementos conceptuales y procedimentales que a través de relaciones producen unidades de información que sirven como registros de acontecimientos y son aprovechados por comunidades académicas y educativas para avanzar en la alfabetización y cultura estadística; con la misma importancia que otras competencias tales como leer, escribir o hablar han sido logradas,

destacando habilidades de comprensión, interpretación y argumentación. Un ciudadano estadísticamente culto debe dominar las habilidades lingüísticas necesarias, es decir, debe ser capaz de leer, interpretar y evaluar razonadamente la información estadística que aparece en los medios de comunicación, ya sean datos o resúmenes de ellos, representados mediante tablas o gráficos (Schild,1999).

Razonamiento Estadístico

El razonamiento basado en información estadística está asociado a los niveles de comprensión de cada persona, según haya sido su experiencia como usuario de datos, en el rol de estudiante, de investigador y de ciudadano, bien sea para describir un fenómeno, para debatirlo, para explicarlo; requiere como afirma Gutiérrez (1994), “establecer algún orden entre los datos, investigar conexiones entre las principales características de carácter cuantitativo, temporal, de simultaneidad, coincidencia, exclusión mutua, etc.” (p.104). También DelMas (2002), afirma que el razonamiento estadístico se puede evidenciar cuando los estudiantes son capaces de hacer inferencia sobre los datos y tienen elementos de juicio sobre las conclusiones.

Pensamiento Estadístico

Para Wild y Pfannkuch (1999), el pensamiento estadístico implica saber cómo, dónde y por qué llevar a cabo una investigación estadística, así como utilizar un método, aplicar un modelo o idear un diseño estadístico; para hacerlo se requiere una comprensión profunda de las teorías que subyacen a los métodos y procesos estadísticos. Sin embargo, como afirma Moore (1998), “el pensamiento estadístico no es un hecho ajeno a la experiencia cotidiana, pero no se desarrollará en los niños sino está presente en los planes de estudio” (p.146). Los elementos centrales del pensamiento estadístico son los datos y la variabilidad, esto sugiere ver el dato como un número en contexto y la variabilidad como la razón de ser de la estadística (Shaughnessy, 2007).

Cultura Estadística

Para Chávez y Pérez (2015):

La cultura, es el conjunto de rasgos distintivos, espirituales y materiales, intelectuales y afectivos, que caracterizan a una sociedad o grupo social en un período determinado. El término “cultura” engloba además modos de vida, ceremonias, arte, invenciones, tecnología, sistema de valores, derechos fundamentales del ser humano, tradiciones y creencias. A través de la cultura se expresa el hombre, toma conciencia de sí mismo,

cuestiona sus realizaciones, busca nuevos significados y crea obras que le trascienden. (p.7)

Considerando estos elementos, los transferimos a la idea de cultura estadística, como la composición de la Alfabetización estadística, Razonamiento estadística y el Pensamiento estadístico, pero ¿de qué manera?, como lo plantea Cabrera et al. (2020) “todos coinciden en que la alfabetización estadística es el pilar fundamental para desarrollar el razonamiento y el pensamiento estadístico” (p. 93), como a manera de secuencia, la base fundamental es la alfabetización estadística, la cual con todos sus elementos de conocimiento y disposiciones, tal como lo plantea Gal (2019), asociada a ella y prácticamente indisoluble, surge el razonamiento estadístico; ambas componentes deberán interactuar e ir creciendo en orden de complejidad para lograr avanzar en la construcción el pensamiento estadístico.

Del hecho de que la alfabetización estadística constituya la columna fundamental, de la cultura estadística no implica que exista un orden lineal, habrá interacciones entre los tres componentes para abordar los problemas que demandan el ejercicio de la ciudadanía de los estudiantes tanto como la función que cumplan en la sociedad.

Cultura Estadística para Comprender el Mundo

Para Wallman (1993), la “cultura estadística” es la habilidad para comprender y para evaluar de forma crítica los resultados estadísticos que impregnan nuestra vida cotidiana, junto con la habilidad para apreciar la contribución que el pensamiento estadístico puede aportar, tanto a nivel público como privado, en la toma de decisiones profesionales y personales.

Según Murray y Gal (2002), estos factores serían la formación académica, la alfabetización, el conocimiento del mundo y las creencias individuales en cuestiones matemáticas y estadísticas -incluyendo el grado crítico o conformista de las personas con respecto a la información procedente de diferentes fuentes de información públicas y medios de comunicación, así como la “ansiedad estadística” (Bradstreet, 1996) y la “fobia a las matemáticas” (Phillips, 1988), pues la mayoría de las personas tiende a asociar la habilidad estadística con la habilidad matemática.

La educación estadística que se asume aquí, valora la práctica estadística a los problemas cotidianos que pueda formular el estudiante con la ayuda del profesor, toma conciencia de aspectos sociales muchas veces inadvertidos, pero que están fuertemente presentes en la vida cotidiana a través de la información que suministran los datos en los diferentes aspectos de la sociedad, como, por ejemplo, la salud, la educación, la economía y la política de un país. Además, al valorar las actitudes orientadas a la praxis social, los estudiantes se involucran con la comunidad, transformando las reflexiones en acción. En este sentido, se puede hallar en la cultura estadística, el fundamento y el espacio para el desarrollo de pensamiento crítico (Campos et al., 2011).

En esta dirección, se identifican las competencias relacionadas con el pensamiento estadístico, el razonamiento estadístico y la alfabetización estadística. Conocidas estas como las competencias estadísticas que se deben desarrollar en los estudiantes para el aprendizaje efectivo de los conceptos de esta ciencia. Una interpretación sugiere que la alfabetización tendría un dominio más amplio, con las demás competencias insertadas en él. Esta interpretación fue más aceptada por la comunidad académica y las investigaciones comenzaron a trabajar más en el campo de la Cultura Estadística, buscando identificar sus determinantes, niveles de profundidad, como evaluar su desarrollo, con otros aspectos de la Cultura (Campos y Coutinho, 2019; Coutinho y Campos, 2018) y con otras destrezas. El propósito es establecer la relación entre estas habilidades y la ciudadanía.

La misión de la cultura estadística, es amplia: se trata de enseñar a la sociedad a comprender e interpretar el mundo que la rodea. Esto se pretende lograr, mediante tres fases, el Alfabetismo Estadístico: mediante los conceptos básicos de estadística, la segunda fase, el Razonamiento estadístico: Reconocimiento de las ideas fundamentales de la estadística y la tercera fase: el pensamiento estadístico: asociados a la estadística como metodología.

Conclusiones

Fundamentalmente, se establece la necesidad de indicar que la cultura estadística, es la adopción de un pensamiento crítico en favor de la sociedad que habitamos, mediante la construcción de una alfabetización que logre razonamiento y pensamiento estadístico.

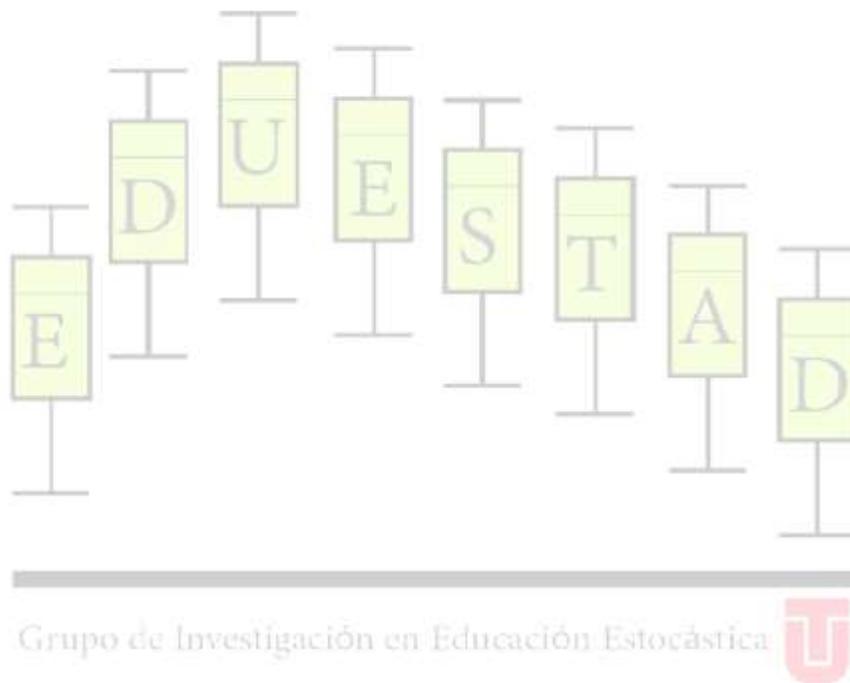
Tener en cuenta la conceptualización que han venido realizando diversos autores sobre el término cultura estadística, ayudará también a darle sentido filosófico a las competencias que se proponen en el pensamiento aleatorio, a los desempeños y resultados de aprendizaje que se buscan en el currículo escolar desde la educación básica. El conocimiento y la práctica de la cultura estadística expresan condiciones sociales de relación del ciudadano con el entorno y contribuye a mejorar la comprensión de su realidad y a la toma de decisiones (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Referencias

- Arias, J. E., y Aristizábal, C. A. (2011). Transferencia de conocimiento orientada a la innovación social en la relación ciencia-tecnología y sociedad. *Pensamiento & gestión*, (31), 137-166. <http://www.scielo.org.co/pdf/pege/n31/n31a08.pdf>
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18. <http://funes.uniandes.edu.co/3651/1/Batanero2013ElNumeros83.pdf>

- Bradstreet, T. E. (1996). Teaching introductory statistics courses so that nonstatisticians experience statistical reasoning. *The American Statistician*, 50, 69-78.
- Cabrera, G., Tauber, L. y Fernández, E. (2020). Educación Estocástica para pensar estadísticamente. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 3(2), 89-109
- Campos, C. R., y Coutinho, C. Q. S. (2019). O problema da amostragem no contexto da educação estatística crítica. *Anais da XV Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp.1-9). Medellín: Universidad de Medellín.
- Campos. M. L., Wodewotzki, O., y Jacobini, R. (2011). *Educação Estatística teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*.
- Chávez, J. A., y Pérez, L. (2015). *Fundamentos de Pedagogía general*. Parte I. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba.
- Coutinho, C. Q. S., y Campos, C. R. (2018). Perspectivas em didática e educação estatística e financeira: reflexões sobre convergências entre letramento matemático, matemacia, letramento estatístico e letramento financeiro. En Oliveira, G.P. (org.), *Educação Matemática: epistemologia, didática e tecnologia* (pp. 143-180). São Paulo: Livraria da Física.
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Garfield, J., del Mas, R., y Chance, B. (2003). *The Web-based ARTIST: Assessment resource tools for improving statistical thinking*. In annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá D.C. Magisterio.
- Moore, D.S. (1998). *Estadística Aplicada Básica*. Barcelona. Antoni Bosch editor.
- Murray, S., y Gal, I. (2002). *Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications*. (Keynote talk). In B. Phillips, (Ed). Proceedings, 6th International Congress On Teaching Statistics (ICOTS-6, July 7-12, 2002, Cape Town, South Africa). Voorburg, the Netherlands: International Statistical Institute.
- Phillips, J. L. (1988). *How to think about statistics*. New York: W.H. Freeman.
- Schild, M. (1999). Statistical literacy: Thinking critically about statistics. *Journal "Of Significance"*, 1(1), 15-20.
- Shaughnessy, J. J. (2007). *Métodos de investigación en psicología*.
- Wallman, K. K. (1993). 'Enhancing Statistical Literacy: Enriching Our Society', as cited in *the Journal of the American Statistical Association*, Vol88, No 421. <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1993.10594283>

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International statistical review*, 67(3), 223-248.
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>





Desarrollo del Pensamiento Estocástico con Ayuda de la Herramienta Estalab en Estudiantes de Grado Quinto

Diana Marcela Bermúdez Londoño
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
dmbermudezl@ut.edu.co

Jairo Esteban Zambrano Vizcaya
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
jezambranov@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

El presente artículo pretende mostrar aspectos teóricos que se tuvieron en cuenta en la planeación, programación y aplicación de ESTALAB como herramienta didáctica para el desarrollo de pensamiento estocástico en estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Nuevo Horizonte Sede Puerto Montero de Girardot.

La primera sección del artículo está enfocada a exponer a) importancia de enseñar y desarrollar en los estudiantes el pensamiento estocástico en los grados de primaria; b) comprender algunos aspectos de tipo curricular que han llevado a no desarrollar el pensamiento estocástico dentro del aula en el área de matemáticas; y c) como se debe abordar los conceptos de aleatoriedad y probabilidad. Además de como el uso de las TIC son de gran apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento estocástico.

Aclarando que la investigación continua en curso, las siguientes secciones, están dedicadas a exponer conclusiones y resultados parciales de la misma.

Palabras clave. herramienta didáctica, enseñanza del pensamiento estocástico, aprendizaje del pensamiento estocástico, grados de primaria, uso de las TIC.

Introducción

Teniendo en cuenta que el pensamiento aleatorio o la estadística como lo describe el MEN se desarrolla en estrecha relación a los procesos matemáticos, pero esta relación no es bidireccional, es decir, la estadística necesita de procesos matemáticos, pero, las matemáticas no usan siempre procesos estadísticos. Se reconoce entonces, que ser estadísticamente competente usa procesos del ser matemáticamente competente (Batanero et al., 2013).

No olvidando como bien lo afirma Universidad de Granada (2011, citado por Holmes, 1997), la estadística es la ciencia que estudia los datos, y los datos son números que no se pueden trabajar sin un contexto específico. Al trabajar un concepto estadístico a partir de problemas, el estudiante puede darles significado a los datos porque les otorga un contexto, así mismo le permite hacerse más cercano a la recolección y manejo de los datos, y que se interese aún más por el proceso brindando conclusiones más representativas. Es decir, se aprende mejor con el manejo de datos reales porque brindan la precisión en la variabilidad, fiabilidad, posibilidad de medición, sesgo.

Existen diversos contenidos que son de tipo teóricos y otros prácticos, que no es lo mismo que el niño reconozca un concepto y lo aplique, a que comprenda el momento en el que debe usar determinada estrategia o conocimiento, a este conocimiento se le determina como el conocimiento estratégico (Universidad de Granada, 2011) y es la base primordial para trabajar a partir de problemas, ubicando al estudiante en la postura reflexiva de entender el problema, de analizar qué tipo de datos necesita, de recolectar datos, de utilizar diferentes mecanismos para obtener los datos, de extraer conclusiones, pero por sobre todo de que la práctica logre un aprender a aprender.

Desarrollo de la Comunicación

El pensamiento estocástico encierra de forma generalizada a la probabilidad y la estadística, con lo cual asume la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana haciendo uso del conocimiento matemático. A su vez se hace énfasis en situaciones no deterministas, “en donde la recolección, la organización y la representación de los datos obedece a una intencionalidad que les dé sentido, que guíe su interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 17).

Es importante mencionar, que el desarrollo de competencias estadísticas o en pensamiento aleatorio en el estudiante, según Moreno (1998, citado por Batanero et al., 2013) se logra a través de la comprensión de “las ideas básicas sobre gráficos, resúmenes estadísticos, diseño de experimentos, diferencia entre estudios observacionales y experimentales, encuestas, incertidumbre y probabilidad y riesgo” (p. 3). Además, el conocimiento conceptual y procedimental en la estadística es necesario, ya que permite que el

niño relacione los conocimientos previos con los nuevos conocimientos a partir de experiencias y en edades más avanzadas los conocimientos más técnicos y específicos de la estadística.

Para que el estudiante sea estadísticamente competente ante los estándares básicos de competencia (EBC) en matemáticas debe cumplir con una serie de saberes y procesos que los describe en su texto por grupos de grados de 1° a 3°, de 4° a 5°, de 6° a 7°, de 8° a 9° y 10° a 11°, siendo el último grupo el nivel más alto de la educación media. Por lo tanto, el estudiante debe trabajar junto con el docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, buscando ser reflexivos, de apropiar nuevas metodologías, de explorar acerca de las herramientas que brinda el contexto y de involucrar diversas disciplinas para que exista un aprendizaje integral significativo. Razón por la cual los estándares relacionados al pensamiento aleatorio al terminar el grado quinto son:

Tabla 1. EBC en matemáticas para pensamiento aleatorio de grados 4° y 5°

Pensamiento Estocástico o Pensamiento Aleatorio y Estadístico
<ul style="list-style-type: none"> • Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). • Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. • Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). • Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. • Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. • Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican. • Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2006)

Enseñar y Desarrollar en los Estudiantes el Pensamiento Estocástico en los Grados Primaria

Para iniciar queremos mencionar las recomendaciones de Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE, 2016, citado por Vásquez et al., 2018) para la formación de los estudiantes en el pensamiento aleatorio, como lo son; a) enseñar pensamiento estadístico; b) centrarse en la comprensión conceptual; c) integrar datos reales con un contexto y un propósito; d) fomentar el aprendizaje activo; e) usar la tecnología para explorar

conceptos y analizar datos; f) usar evaluaciones para mejorar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Recomendaciones que se articulan con las perspectivas de diversos autores que permiten entender el inicio y las condiciones para elaborar este trabajo.

Enseñar pensamiento estadístico hace parte de la formación de un ciudadano bien educado en la sociedad de la información y debe estar direccionado desde el contexto real del estudiante, lo que se define como cultura o alfabetización estadística (Batanero et al., 2013) en consecuencia el pensamiento estadístico y probabilístico (estocástico) “debido a sus múltiples aplicaciones en distintas áreas del saber, es parte importante de la matemática, por lo que es necesario que el pensamiento estadístico y probabilístico se desarrolle desde las primeras edades (nivel parvulario)” (Vásquez et al., 2018, p. 160). Que como lo afirma (Fuentes Robayo, 2016), dentro de sus conclusiones se requiere desarrollar competencias en pensamiento aleatorio en estudiantes de grados inferiores (Como grados 1°, 2°, 3° y 4°) al de grado 5°, con ello el estudiante de este último nivel podrá tener un manejo más sólido de algunos temas en esta disciplina. Donde además se estructure un plan de estudios en esta área que se articule desde grado primero hasta undécimo.

El pensamiento estocástico debe centrarse en la comprensión conceptual, logrando que: “el desarrollo de los conceptos básicos de estadística y probabilidad se inicia de manera informal, gradual y progresiva en los primeros niveles” (Vásquez et al., 2018, p. 161), donde al finalizar la etapa escolar el concepto y el procedimiento este sólido en estos temas. Sin embargo, también se deben involucrar otras áreas que integren curricularmente el área de lengua castellana y matemáticas para fortalecer los procesos de interpretación, comprensión y comunicación en los estudiantes, (Villanueva y Moreno, 2010). Otro aspecto a tener en cuenta en el diseño e implementación de actividades lo argumenta (Fuentes, 2016), donde concluye que para desarrollar el pensamiento estocástico se debe tener en cuenta que: a) si el docente no tiene claro aspectos disciplinares, didácticos y metodológicos posibilita que cometa errores en el diseño de los instrumentos, provocando en el estudiante confusiones conceptuales; b) el lenguaje del docente puede llegar a ser un limitante para el estudiante en cuanto a lo epistemológico, al uso y construcción de los diferentes conceptos, así como el acceso y aplicación de algunos conocimientos. Esto permite reconocer que las competencias en pensamiento estocástico deben desarrollarse en integralidad con otras áreas del conocimiento respondiendo a la interdisciplinariedad.

Integrar datos reales con un contexto y un propósito, es este orden de ideas (Ruiz, 2014) concluye: “El contexto aporta significado a los datos y esto debería tenerse en cuenta a la hora de diseñar actividades de enseñanza de estadística en las diversas etapas educativas” (p. 120) y que Valdivieso (2018), reafirma en sus conclusiones brindando como gran aporte dentro de su investigación, el formular preguntas problematizadoras de acuerdo al contexto familiar y social del estudiante, que conlleva a que el estudiante reflexione y se interese por la adquisición de conocimientos estadísticos y de probabilidad; luego el estudiante logra darle

solución a través de la recolección, organización y representación gráfica de los datos, a su vez del análisis e interpretación.

Fomentar el aprendizaje activo en la enseñanza y desarrollo del pensamiento estocástico es indispensable el aprendizaje por resolución de problemas que para (Barrera, 2017), esta forma le permite al estudiante desplegar el razonamiento estadístico con gran influencia en el refuerzo del razonamiento crítico, importante para formar estudiantes competentes tanto en el ámbito académico como en el papel de futuros profesionales. En manifiesto del proceso de enseñanza- aprendizaje del pensamiento aleatorio Sagarribai (2015), afirma dentro de sus recomendaciones que metodologías inmersas en el constructivismo y aprendizaje significativo le brinda al docente la posibilidad atender estudiantes teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje, la capacidad y motivación; adaptando los estándares a las características particulares del grupo o población contexto. Como es importante mencionar que los conocimientos previos de algunos pensamientos (numérico, variacional, espacial y métrico) influyen en la asimilación de conceptos nuevos en el pensamiento estocástico.

Usar la tecnología para explorar conceptos y analizar datos, para explorar conceptos y analizar datos, por ello se nota la importancia de herramientas como ESTALAB en la enseñanza de la probabilidad y estadística, además:

Una de las virtudes de las TIC es su amplio espectro de aplicación en el campo educativo. Así, son pocos los campos del saber que no puedan verse significativamente beneficiados con su implementación en el aula. En la enseñanza de las ciencias matemáticas, destaca su utilización debido a la gran diversidad de situaciones problema que se tratan en el salón de clase, por lo que en la última década se han efectuado múltiples estudios al respecto. (Hernández, 2016, p. 93)

Usar evaluaciones para mejorar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes, La evaluación es la herramienta de reflexión comparativa de los propósitos y deseos, con la realidad que ofrecen los procesos (Ministerio de Educación Nacional, 1998); permitiéndole al docente conocer diferencias individuales en los estudiantes. Donde el propósito fundamental de la evaluación según Batanero y Díaz (2005), es “mejorar el aprendizaje de los alumnos” (p.12).

Pensamiento Estocástico Dentro del Aula en el Área de Matemáticas

Como segunda medida algunos aspectos de tipo curricular que no han permitido desarrollar pensamiento estocástico dentro del aula en el área de matemáticas que como lo manifiesta (Ruiz, 2014), en lo siguiente: se brinda una mirada desde el profesorado en américa latina donde se ve con preocupación el desarrollo de los contenidos de elaborar gráficos de barras, así como la interpretación de tablas y gráficos que se establecen por cursos pero que no lo toman como relevante a desarrollar en los estudiantes, prueba de ello se referencia lo siguiente:

Elaborar gráficos de barras también se imparte mayoritariamente en tercer curso de primaria. Para el total de América Latina, sólo un 0,8% de docentes afirma que este contenido se trata en cursos anteriores y el 35,5% dice que se ve después. Pero no llegan al 6% los docentes que creen que este contenido se trabaja en profundidad en 3°, frente al 32,8% que dicen que sólo se estudia de forma introductoria.

En cuanto a la interpretación de tablas y gráficos, por último, vemos que vuelve a resultar mayoritariamente abordada en 3° de primaria. En el conjunto de América Latina, el 1,6% de los docentes dice que se ve en años anteriores y el 20,6% dice que se imparte después de 3°. El 12,1% cree que se trabaja en profundidad en tercer curso, porcentaje mayor que en los otros contenidos analizados. (Ruiz, 2014, p. 11)

En consecuencia, y entendiendo las dinámicas de las instituciones, se reconoce que en muchos planteles educativos el desarrollo del pensamiento estocástico se lleva a cabo en un espacio mínimo de dedicación de la clase de matemáticas y/o al final del año restándole toda la importancia e integralidad, prueba de ello lo afirma (Ruiz, 2014, pág. 18), mencionando que “aproximadamente el 16% del tiempo de enseñanza de las Matemáticas se dedica a los contenidos de Estadística” en los cursos de primaria.

Conceptos de Aleatoriedad y Probabilidad

Los conceptos de aleatoriedad y probabilidad se deben abordar desde las situaciones reales del contexto (ejemplificación); siendo estos términos más complejos para la población primaria, y que evidencian el vacío de conocimientos previos en los estudiantes; por lo tanto, (Jiménez y Jiménez, 2005) refieren consideraciones importantes para el manejo de estos conceptos:

- En general, no es necesario que en primaria se den definiciones de términos o se enuncien resultados formalmente. Más bien conviene ofrecer al alumno actividades que le permitan desarrollar las estructuras mentales necesarias que lo lleven a comprender los conceptos de las probabilidades.
- Conviene trabajar con atributos de cosas o personas, de manera que la frecuencia de que ocurra un evento no se confunda con el evento mismo.
- El maestro puede proponer actividades como "dibuje los resultados posibles" o "coloree las distintas formas en que puede ocurrir", para asegurarse que el niño está entendiendo el proceso.
- El profesor debe plantear actividades que puedan realizarse en grupos pequeños y que luego puedan ser analizadas en general.
- Lo importante es que el alumno desarrolle técnicas y métodos para resolver distintos problemas y no que utilice fórmulas.

- Es muy importante que el maestro planifique las actividades integrando otras áreas del currículo.
- La improvisación de actividades en el aula debe evitarse pues puede caerse en resultados de difícil manejo.
- Es importante tener siempre presente, "que la característica común de los fenómenos que estudia la probabilidad es que en ellos se observa la ocurrencia de algo (...), y en este contexto, experimentar equivale a observar. (Pérez et al., 2000, p. 31)

Aspectos Metodológicos

La investigación se lleva a cabo, con estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Nuevo Horizonte sede Puerto Montero de la ciudad de Girardot, para los cuales han sido focalizados los estudiantes que asisten a alternancia. Se pretende desarrollar pensamiento estocástico a través de la metodología constructivista y la implementación de la herramienta ESTALAB.

Las fases del presente trabajo constan de un pre-test como prueba diagnóstica, clases presenciales bajo la metodología constructivista e implementación de la herramienta ESTALAB, por último, un post-test que mostrará las habilidades del pensamiento estocástico adquiridas por los estudiantes con la implementación de las clases apoyadas con ESTALAB.

Conclusiones

Desarrollo de los resultados obtenidos, parciales o finales.

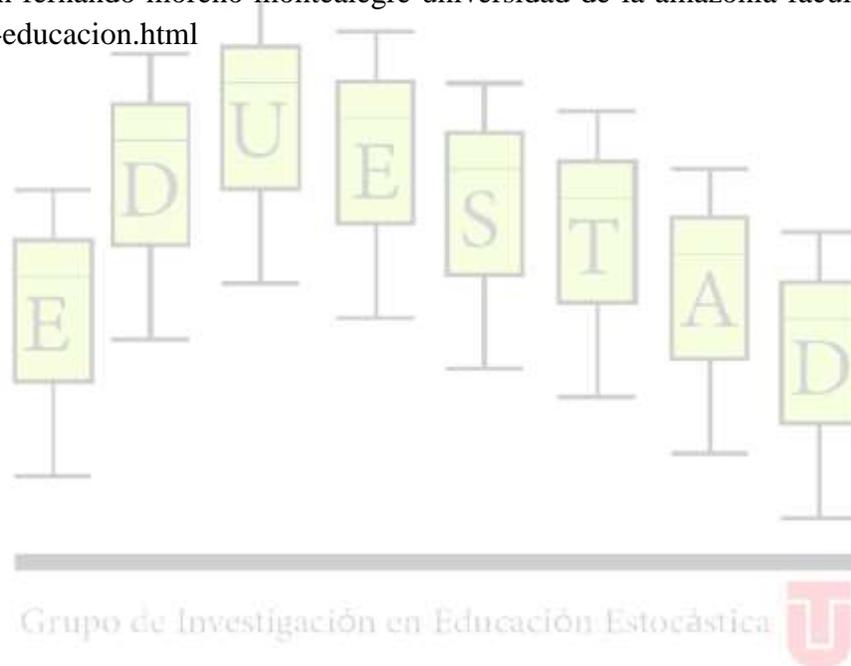
- Teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica (pre-test) se logró establecer que los estudiantes de grado quinto son hábiles a la hora de interpretar información presentada en tablas y gráficas, además, son capaces de determinar los valores máximo y mínimo de un conjunto de datos, pueden comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos, además, pueden predecir la posibilidad de un evento siempre y cuando se les de la cantidad total de posibilidades y la cantidad de posible por cada evento. Por otro lado, los estudiantes manifiestan dificultades a la hora de obtener la mediana y media aritmética de un conjunto de datos, así como predecir la posibilidad de un evento dado un problema en específico.
- Los estudiantes mediante la encuesta de reconocimiento manifiestan que la asignatura es agradable e interesante, pero, no recuerdan las temáticas referentes a las medidas de tendencia central.
- Teniendo en cuenta los resultados de los estudiantes en el pre-test se enfoca la programación de ESTALAB a la solución de problemas de contexto y aplicando los diferentes estándares determinados por el ministerio de educación nacional.

- En una primera sesión de clase medida por ESTALAB los estudiantes se muestran activos, interesados por el manejo de la herramienta, además de, comprensión rápida del primer problema correspondiente a la economía familiar donde se abordan los contenidos relacionados a lectura de gráficos, tablas, rango de datos y media aritmética. Además, muestran posición crítica sobre esta problemática en su vida cotidiana.

Referencias

- Barrera, M. (2017). *Aprendizaje basado en proyectos colaborativos mediados por tic para el desarrollo de competencias en estadística*. Somondoco, Colombia.
- Batanero, C., y Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística*. España: Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CEIO.pdf>
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Didáctica de las Matemáticas: Números*, 83, 7-18. <http://funes.uniandes.edu.co/3651/1/Batanero2013ElNumeros83.pdf>
- Fuentes, D. C. (2016). *Secuencia didáctica para estudiantes de grado 5º relacionada con la comprensión de situaciones problema del pensamiento aleatorio*. Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59375>
- Hernández, S. (2016). *Usando software libre en la enseñanza de la estadística*. México.
- Jiménez, M. L., y Jiménez, F. J. R. (2005). *Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué y por qué?* Costa Rica.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Colombia: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- Pérez, B. R., Castillo, A., y de los Cobos Silva, S. (2000). *Introducción a la Probabilidad*. Iztapalapa, México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Ruiz, N. (2014). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 103-121. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/551/55133776006.pdf>
- Sagarribai, M. (2015). *Aprendizaje de estadística y probabilidad en 4º ESO mediante la metodología basada en proyectos*. Vitoria-Gasteiz, España: Universidad Internacional de la Rioja. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/3149>
- Universidad de Granada. (2011). *Estadística por proyectos*. Granada, España: Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>

- Valdivieso, J. L. (2018). *Desarrollo del pensamiento aleatorio: una experiencia con estudiantes de básica primaria*. Bucaramanga, Colombia.
- Vásquez Ortiz, C., Díaz Levicoy, D., Coronata, C., y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *cadernoscenpec*, 8(1), 154-179. <https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/393/392>
- Villanueva, H., y Moreno, M. (2010). *Aprendizaje basado en problemas y el uso de las tic para el mejoramiento de la competencia interpretativa en estadística descriptiva: el caso de las medidas de tendencia central*. Florencia, Caquetá, Colombia: Universidad de la Amazonía. <https://docplayer.es/4800738-Autores-helver-villanueva-possomilton-fernando-moreno-montealegre-universidad-de-la-amazonia-facultad-ciencias-de-la-educacion.html>





Impacto del Aprendizaje Basado en Proyectos Colaborativos – Abpc con la Herramienta de Microsoft Teams en Estudiantes del Curso de Estadística Descriptiva del Programa de Contaduría Pública de Uniminuto sede Ibagué

Jorge Luis Bustos Galindo
Facultad de Educación, Maestría en Educación
Universidad del Tolima, Ibagué, Tolima, Colombia
jlbustosga@ut.edu.co

Miguel Armando Rodríguez Márquez
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Universidad del Tolima, Ibagué, Tolima, Colombia
marodriguezm@ut.edu.co

Dagoberto Salgado-Horta
Facultad de Educación
Universidad del Tolima, Ibagué, Tolima, Colombia
dsalgadoh@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo evaluar el impacto del aprendizaje basado en proyectos colaborativos – ABPC, con la herramienta de Microsoft TEAMS a los estudiantes del curso de estadística descriptiva de UNIMINUTO. Para tal fin, se implementó una metodología de carácter colaborativo con los estudiantes. Esta metodología promueve el aprendizaje por medio de la planeación, implementación y evaluación de actividades con un contexto real, de esta manera se puede establecer una relación entre los contenidos y los

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

resultados esperados del curso. Se utilizó la herramienta de Microsoft TEAMS de Office 365, que permite gestionar el proyecto por medio de diferentes canales y así poder controlar los momentos del proceso del proyecto de manera individual y grupal. El principal aporte de esta metodología es que se puede trabajar un tema determinado o como es en este caso el contenido del curso de una manera efectiva, puesto que al utilizar la herramienta de TEAMS se puede crear un entorno digital más abierto y controlando en el desarrollo del proyecto en sus diferentes instancias, como las entregas de las actividades, aportes y la interacción entre los miembros activos constructores de conocimiento.

Palabras clave: Mediación tecnológica, ambientes virtuales, herramientas de aprendizaje, aprendizaje colaborativo, estrategia pedagógica.

Introducción

Este trabajo propone evaluar el impacto del aprendizaje basado en proyectos colaborativos – ABPC, con la herramienta de Microsoft TEAMS a los estudiantes del curso de estadística descriptiva de UNIMINUTO. Para tal fin, se implementará una metodología de carácter colaborativo en que los estudiantes se enfrenten a diversas situaciones similares a las que se encontrarán en su posterior ejercicio laboral. La generación de estas situaciones es importante para la formación de los estudiantes debido a que se promueve aprendizajes de planeación, implementación y evaluación de actividades que tendrían aplicación en un contexto real, de esta manera se puede establecer una relación entre los contenidos y los resultados esperados del curso. El docente deberá saber aplicar esta metodología y así estar comprometido con el aprendizaje y dispuesto a desarrollar las habilidades del estudiante. Para que esta metodología sea efectiva, se necesita un constante acompañamiento por parte del docente, para que los estudiantes elaboren y consoliden su proyecto durante el curso. Es por eso, que se utilizará la herramienta de Microsoft TEAMS de Office 365, que permite gestionar el proyecto por medio de diferentes canales y así poder controlar los momentos en el proceso del proyecto de manera individual y grupal. Y así, al finalizar en la presentación de los resultados, los estudiantes y el docente podrán compartir los logros de aprendizaje alcanzados a lo largo del proyecto. El principal aporte de esta metodología es que se puede trabajar un tema determinado o como es en este caso el contenido del curso de una manera efectiva, ya que por medio de esta herramienta se puede controlar el desarrollo del proyecto en sus diferentes instancias, como las entregas de las actividades, aportes y la interacción entre los miembros activos constructores de conocimiento. Con Microsoft TEAMS, se puede crear un entorno digital más abierto, donde el trabajo colaborativo sea más visible, integrado y accesible. Esta tesis es de gran importancia para estudios relacionados con el aprendizaje basados en proyectos colaborativos en herramientas virtuales en la educación básica, media y superior en sus diferentes modalidades de estudio.

Desarrollo de la Comunicación

De acuerdo con Ausubel, la significatividad del aprendizaje no se debe tanto al carácter práctico o la utilidad instrumental de los conocimientos aprehendidos por los individuos, en el desempeño de tareas específicas, como pretenden la mayoría de estos autores, sino más bien a la adquisición que hacen de estos, de modo sustancial y no de forma arbitraria, en relación con las estructuras cognoscitivas que ya han construido durante el desarrollo de su vida; así, expresado en los propios términos del pedagogo estadounidense tenemos que: Con la expresión “aprendizaje significativo” hacemos referencia, ante todo, a un tipo de proceso de aprendizaje y también, aunque de manera secundaria, al resultado significativo de un aprendizaje –el logro de un nuevo significado- que refleje necesariamente el funcionamiento y la compleción de este tipo de proceso. A su vez, el aprendizaje significativo como proceso presupone tanto que el estudiante adopta una actitud de aprendizaje significativa como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, que es enlazable con ideas de anclaje pertinentes en su estructura cognitiva (Ausubel, 2002, p. 102).

La SEP, en México, define los aprendizajes en términos de competencias, esto es: Los aprendizajes esperados son enunciados que definen lo que se espera que los alumnos aprendan en términos de saber, saber hacer y saber ser al finalizar el preescolar...; y son congruentes con las competencias señaladas en cada programa, por lo que incluyen conocimientos, habilidades, actitudes y valores básicos que el alumno debe aprender (SEP, 2011b); en pocas palabras, estos diversos autores y agentes institucionales entienden que el aprendizaje proviene del dominio de competencias, las cuales, a su vez, se desarrollan a partir de éste y al propio tiempo representan aprendizajes para adquirir. Delgado et al. (2009) generan una propuesta para la optimización del uso de las Tic en el contexto educativo en la que se evidencia la posibilidad que ofrece el uso de estas herramientas para mejorar la calidad de la enseñanza y fomentar el pensamiento crítico e innovador en los estudiantes.

Cabero y Fernández (2014), propusieron las TIC y la educación inclusiva, desde la reflexión y en torno al papel de las TIC en la educación inclusiva, es decir una tecnología que permitan cuestionar las prácticas cotidianas y que esté presente de manera continua en las instituciones de educación superior y media, desde ese aspecto, se debe reconocer que la aplicación de dichas tecnologías es fundamental y necesario en los ambientes universitarios y escolares.

Desde hace dos décadas la Unión Europea viene trabajando en propuestas que mejoren los procesos de enseñanza a nivel universitario. Lázaro (1997), presenta su propuesta frente a la acción tutorial a nivel universitario en la que define distintos tipos de tutorías que propicien la apropiación del modelo por parte de los estudiantes y los vincule de manera directa en su proyecto de vida. Dentro de los múltiples tipos de acción tutorial que define, cobra fuerza la acción tutorial virtual debido a que permite la participación asincrónica en los procesos por parte de los estudiantes. Así mismo, Mundina (2007), establece el papel del docente y del

estudiante en el marco de la acción tutorial universitaria, aumentando el protagonismo del estudiante en la participación directa frente a su proceso formativo.

Para poder abordar los objetivos de investigación en este estudio, se aplicó la siguiente metodología que tendrá un enfoque mixto, con paradigma crítico y de tipo descriptivo. Muestra intencional o de conveniencia de 16 estudiantes.

La implementación del aprendizaje basado en proyectos a través de un texto guía de estadística descriptiva en los grupos colaborativos, inicialmente se aplica una prueba diagnóstica (Pretest) a los dos grupos intactos de estudiantes (grupo control y grupo experimental) y posteriormente se mide el impacto del aprendizaje basado en proyectos colaborativos empleando la herramienta de Microsoft Teams a los dos grupos de estudiantes de los cursos de estadística descriptiva del programa de Contaduría Pública por medio de una prueba final (Postest).

Conclusiones

El desarrollo del trabajo de investigación ha permitido evidenciar diversos hallazgos vinculados al uso de la estrategia didáctica del aprendizaje basado en proyectos colaborativos – ABPC con la herramienta de Microsoft Teams a los estudiantes del curso de estadística descriptiva del programa de Contaduría Pública de UNIMINUTO Sede Ibagué. Se puede evidenciar que el trabajo colaborativo de los estudiantes del grupo experimental del curso de estadística descriptiva utilizando la herramienta de Teams, los resultados muestran que desde la primera actividad la apropiación de los contenidos y el aprendizaje son más homogéneos.

El diseño de la estrategia pedagógica que se implementó con el fin de aportar a la formación y el aprendizaje de los estudiantes del curso de estadística descriptiva del programa de Contaduría Pública, fue positivo puesto que el aprendizaje basado en proyectos colaborativos – ABPC empleando la herramienta de Microsoft Teams, facilitó el desarrollo de las actividades propuestas en el texto guía, en cuanto la planeación, desarrollo, ejecución y la evaluación de las competencias previstas en este curso.

Al utilizar la herramienta virtual de Teams, estimuló a los estudiantes a trabajar colaborativamente las actividades del texto guía de manera sincrónica, en la que encontraron un espacio de compartir sus opiniones, aclarar las dudas y consolidar la información del trabajo.

El impacto del aprendizaje basado en proyectos colaborativos – ABPC con la herramienta de Teams a los estudiantes del curso de estadística descriptiva, fue efectiva, puesto que al evaluar a los estudiantes en los dos grupos (grupo control y grupo experimental) en el Postest (Evaluación final) es notorio que el aprendizaje por parte de los estudiantes del grupo experimental fue superior que el grupo control.

Referencias

- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento*. Una perspectiva cognitiva. Ed. Paidós. Barcelona.
- Cabero, J., y Fernández, J. M. (2014). Una mirada sobre las TIC y la educación inclusiva: reflexiones en torno al papel de las TIC en la educación inclusiva. *C & P: Comunicación y Pedagogía*, 279-280, 38-42. https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/25617/Una_mirada_sobre_las_TIC-2.pdf
- Delgado, M., Arrieta, X., & Riveros, V. (2009). Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización. *Omnia*, 15(3), 58-77. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73712297005.pdf>
- Lázaro, Á. J. (1997). La acción tutorial de la función docente universitaria. *Revista complutense de educación*. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/127343/18360-18436-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mundina, J. B., Pombo, M. N. C., y Ruiz, E. R. (2005). La docencia y la tutoría en el nuevo marco universitario. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 8(5), 12. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/94364/00820123015592.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Secretaría de Educación. (2010). *Curso básico de formación continua para maestros en servicio. planeación didáctica para el desarrollo de competencias en el aula 2010*. Selección de Lecturas. Secretaría de Educación, Gobierno de Jalisco, México.
- SEP. (2004). *Programa de Educación Preescolar 2004*. SEP, México.





La Experimentación Agrícola como una Estrategia de Enseñanza De la Biometría en Estudiantes del Programa de Ingeniería Agroecológica de La Universidad de la Amazonía

Diana María Sánchez Olaya

Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia

dia.sanchez@udla.edu.co

Manuel Francisco Romero Ospina

Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia

mfromero@libertadores.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo presentar los avances parciales del experimento agrícola que se desarrolló en el departamento del Caquetá, municipio de Florencia, vereda La Viciosa, Centro de Investigaciones Amazónicas Macagual (CIMAZ), de la Universidad de la Amazonía. Participaron 94 estudiantes de la asignatura de biometría del cuarto semestre del programa de ingeniería agroecológica, con el fin de aplicar los principios básicos de la biometría y la estadística como herramientas metodológicas para la solución de problemas en los agroecosistemas. Se aplicó un Diseño de Bloques al Azar (DBCA) con 5 repeticiones donde los tratamientos evaluados fueron: Monocultivo de maíz; Monocultivo de maní y Monocultivo de yuca. Se tomó el índice de crecimiento el índice de área foliar (IAF) y la relación de área foliar (RAF) como índices de crecimiento, se realizó un análisis descriptivo mediante diagramas de caja para determinar la distribución de los tratamientos de los bloques y de los días después del sembrado. Como resultado descriptivo se evidenció la presencia de

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

datos atípicos y de distribuciones asimétricas, igualmente presencia de alta dispersiones. Para la siguiente fase del proyecto se realizará la verificación de los supuestos de: normalidad, varianza constante (igualdad de varianzas en los tratamientos) e independencia.

Palabras clave: Experimento, Diseño de Bloques al Azar, tratamientos, cultivos, agroecosistemas.

Introducción

El maíz es una de las gramíneas más cultivadas en el mundo y es una de las especies más productivas (Pallares y Rodríguez, 2020), siendo en Colombia, el segundo cereal de mayor producción con un 21,9 % de la superficie total (Figuroa y Castro, 2019). La yuca es el alimento básico en 105 países, incluido Colombia, donde es el tercer producto de mayor producción, después de la caña de azúcar y plátano; con 2 millones de toneladas y 187 mil hectáreas sembradas con un rendimiento de 11 t ha^{-1} (Santos et al., 2019). Por su parte, el maní (*Arachis hypogaea* L.) es el sexto cultivo oleaginoso y económico del mundo, importante por su valor nutricional (grasas, proteínas, minerales y vitaminas) en la seguridad alimentaria, cadena alimentaria, como también por generar empleo e ingresos para las familias productoras (Montero, 2020).

Por tanto, los cultivos de maíz, maní y yuca tienen importancia a nivel local, regional, nacional e internacional. Sin embargo, en la agroindustria, la ecología, la fisiología de los cultivos y el fitomejoramiento, el análisis y la medición del crecimiento vegetal es de suma importancia (Peña y Cely, 2011). El análisis de crecimiento ha sido usado ampliamente para el estudio de los factores que influyen en el desarrollo de la planta y el rendimiento (García et al., 2017). Por lo tanto, la descripción del crecimiento de una planta, o de un cultivo, a lo largo de su ciclo de vida o de producción, así como la evaluación de tratamientos capaces de modificar la acumulación de biomasa de un vegetal requieren indicadores objetivos que puedan ser validados estadísticamente (Di Benedetto y Tognetti, 2016).

Es así, como en el ámbito de la estadística, la biometría ó bioestadística, hace referencia a métodos estadísticos y matemáticos que se aplican al análisis de datos provenientes de las ciencias biológicas (Balzarini et al., 2015). De esta manera, se considera importante promover investigaciones en el marco del método científico en estudiantes del programa de ingeniería agroecológica de la Universidad de la Amazonía, esto con el fin de comprender la función de la biometría y la estadística en un proceso de investigación.

Precisamente, uno de los pasos de la investigación científica involucra el análisis estadístico riguroso y este comienza con la correcta recolección de datos, mediante un experimento o un plan de muestreo, su posterior análisis, la interpretación de resultados y la forma de comunicarnos (Díaz, 2017). Teniendo en cuenta lo anterior, se planteó desarrollar un experimento agrícola con estudiantes del cuarto semestre del programa de ingeniería

agroecológica, con el fin de aplicar los principios básicos de la biometría y la estadística como herramientas metodológicas para la solución de problemas en los agroecosistemas.

Desarrollo de la Comunicación

Marco Teórico

- Índices de crecimiento

Los índices de crecimiento son aquellos parámetros numéricos que permiten explicar el crecimiento de una planta; como lo señala (Baracaldo, et al., 2010). Entre los índices de crecimiento está el índice de área foliar (IAF); el cual depende de los siguientes factores: tamaño de la hoja, la longevidad foliar y el número de hojas por unidad de área. El índice de área foliar permite evaluar la capacidad de las partes aéreas de la planta (área foliar) para ocupar la superficie disponible del suelo. Este índice depende de la superficie foliar por planta y del número de plantas por unidad de superficie, y es importante para la productividad biológica del cultivo porque afecta directamente a la fotosíntesis, que es el proceso responsable de proporcionar la energía necesaria para el crecimiento (Paranhos et al., 1991). Como lo define (Intagri, s.f.) es la expresión numérica adimensional resultado de la división aritmética del área de las hojas de un cultivo expresado en m^2 y el área de suelo sobre el cual se encuentra establecido, también expresado en m^2 .

- Diseño experimental

Uno de los mayores problemas que ha generado el interés de los estudios estadísticos son los experimentos que provienen de la agricultura. Como lo señala Melo et al. (2007), “En un experimento agrícola para evaluar el rendimiento de algunas variedades de maíz, la unidad experimental puede ser una porción de terreno de tamaño óptimo preestablecido, usualmente denominada parcela, o un número de plantas o un número de mazorcas” (p. 8). En los diseños de experimento cabe resaltar la importancia de dos protagonistas fundamentales, como lo indica (Bejar, 1957), el experimentador y el estadístico como dos personas diferentes; el uno se enfrenta con el problema de emprender un trabajo de investigación y el otro con el proporciona asistencia técnica.

El diseño de experimentos es esencialmente una estrategia para la planificación de experimentos de manera tal que las conclusiones relevantes sean alcanzadas en forma eficiente. En los últimos años, la aplicación del diseño experimental ha tomado relevancia debido al reconocimiento que los experimentos diseñados que son esenciales para la mejora de la calidad de los productos (Napolitano, 2010), en especial relacionado a la agricultura. Igualmente, como lo señala (Díaz, 2009), la estadística sirve de puntal al investigador en el diseño y análisis de sus experimentos; cabe señalar que dentro del análisis estadístico de un experimento se debe utilizar como herramientas los conceptos descriptivos y exploratorios.

Según Melo et al. (2007) existen dos tipos de experimentos: el experimento absoluto; donde el tratamiento es considerado una variable aleatoria y el modelo señalado es un modelo de efectos aleatorios o Modelo II, bajo el cual se detectan y estiman componentes de variación asociada a una población compuesta. El segundo experimento corresponde al comparativo; en donde los tratamientos se comparan por sus efectos medios sobre una variable respuesta con el objeto principal de determinar cuál de ellos es «mejor» en algún sentido. Este tipo de experimento se basa en el modelo de efectos fijos, modelo I, ya que bajo experimentos repetidos se seleccionarán los mismos tratamientos.

En las investigaciones agrícolas los diseños experimentales más utilizadas son las siguientes:

- Diseño totalmente aleatorizado.
- Diseño de bloques completos al azar.
- Diseño en cuadrado latino.
- Diseño en látice.

Marco Metodológico

La investigación se desarrolló en el departamento del Caquetá, municipio de Florencia, vereda La Viciosa, Centro de Investigaciones Amazónicas Macagual (CIMAZ), de la Universidad de la Amazonía, durante el año 2018. Esta investigación contó con la participación de 94 estudiantes pertenecientes a la asignatura de biometría del cuarto semestre del programa de ingeniería agroecológica, quienes realizaron las labores de campo para el establecimiento del experimento y registro de datos durante dos meses. El experimento se enmarca en la comprensión de la biometría y la bioestadística como disciplinas científicas dedicadas al desarrollo y aplicación de la teoría y las técnicas apropiadas para la recolección, clasificación, presentación, análisis e interpretación de información cuantitativa obtenida.

Se realizó un Diseño de Bloques al Azar (DBCA) con 5 repeticiones. Los tratamientos evaluados fueron: Monocultivo de maíz; Monocultivo de maní y Monocultivo de yuca. Cada unidad experimental fue de 10 m de largo y 5 m de ancho con una separación entre tratamientos y entre repeticiones de 0,5 m. La siembra de las especies se realizó en la misma fecha, depositando dos semillas por sitio para maíz y maní, en el caso de la yuca se colocó una estaca de 0,25 m de larga con 2 a 3 yemas.

Se realizaron cinco muestreos a los 15 días después de la siembra (DDS), hasta los 55 DDS. Cada muestreo se hizo en 10 plantas de maíz y maní, respectivamente y 5 plantas de yuca, seleccionadas al azar. Los parámetros evaluados fueron: área del suelo (AS) con medidas en dimensiones X y Y, área foliar (AF) con el método de fotometría y software ImageJ y peso seco total (PS). A partir de estas medidas se determinaron los índices de área

foliar (IAF) y relación de área foliar (RAF) para cada una de las especies en estudio. Las fórmulas utilizadas fueron:

$$\text{IAF} = \text{AF}/\text{AS} \text{ (Gil y Miranda, 2007).}$$

$$\text{RAF} = \text{AF}/\text{PS} \text{ (Hernández et al., 1995).}$$

Conclusiones

A continuación, se presentan los resultados parciales utilizando un análisis descriptivo mediante el uso de diagrama de caja; se aplica este método descriptivo para realizar comparaciones de las varias distribuciones, la mediana, valores extremos y los cuarteles de un conjunto de datos (Billstein et al., 2013).

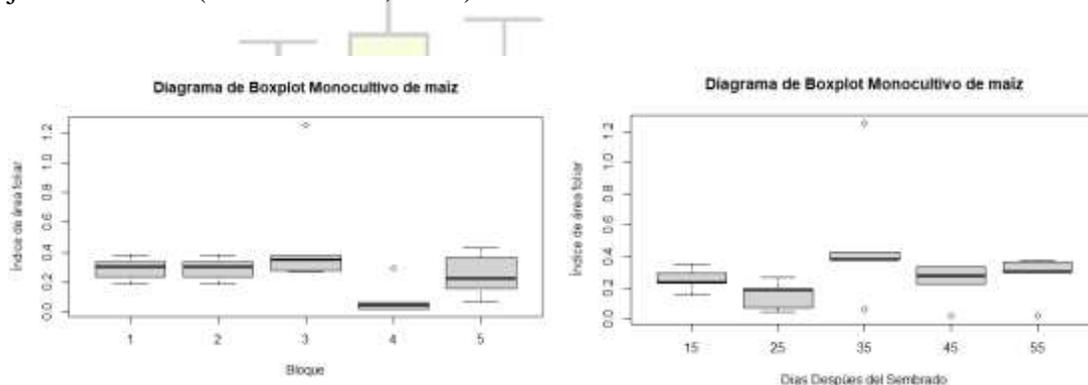


Figura 1. Diagrama de caja del índice del área Foliar (IAF) para el cultivo de Maíz, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 1, se observa el IAF en el cultivo de maíz con presencia de datos atípicos en los bloques 3 y 4; igualmente en los 35 días después del sembrado.

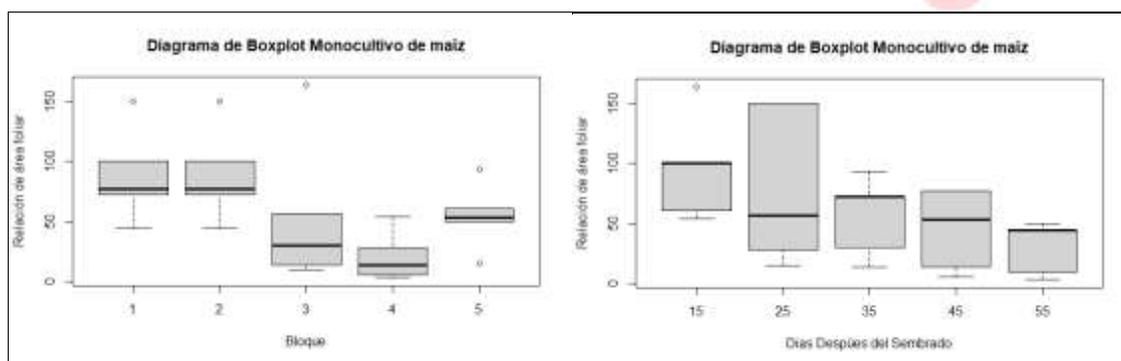


Figura 2. Diagrama de caja de la relación de área foliar (RAF) para el cultivo de Maíz, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 2, se observa la RAF en el cultivo de maíz con presencia de datos atípicos en la mayoría de los bloques; igualmente en los 15 días después del sembrado.

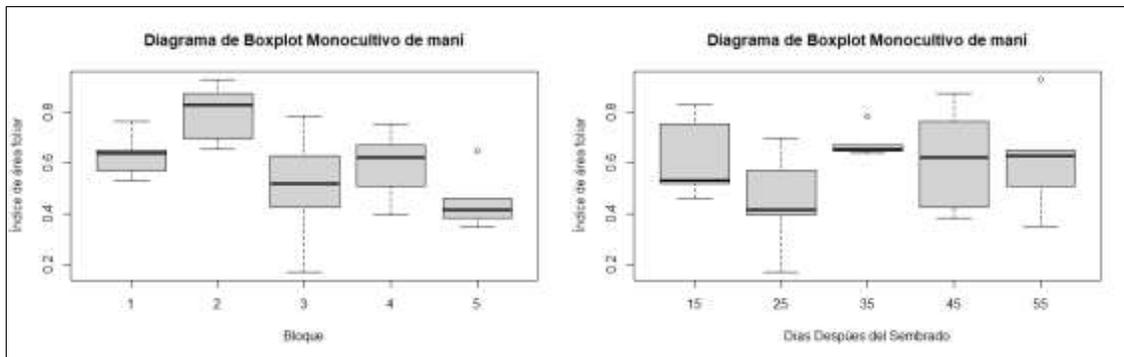


Figura 3. Diagrama de caja del índice del área foliar (IAF) para el cultivo de Maní, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 3, se observa el IAF en el cultivo de maní con presencia de datos atípicos en el bloque 5; igualmente a los 35 y 15 días después del sembrado.

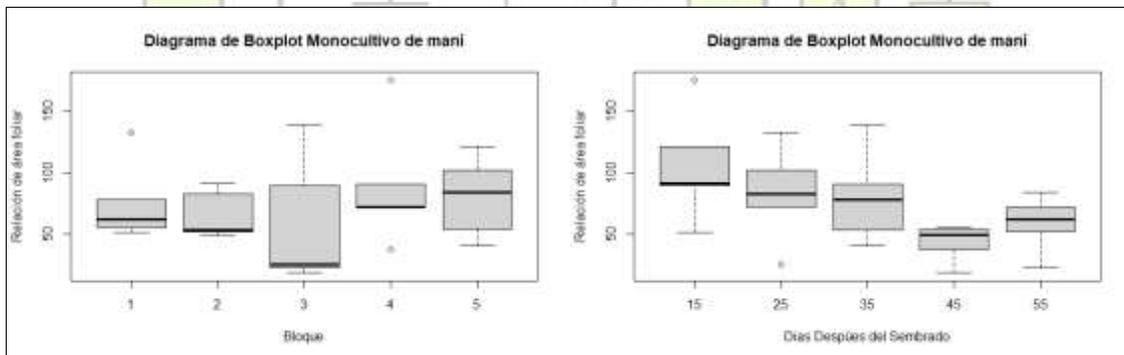


Figura 4. Diagrama de caja de la relación de área foliar (RIF) para el cultivo de Maní, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 4, se observa que la RAF en el cultivo de maní con presencia de datos atípicos en los bloques 1 y 5; igualmente en los 15 días después del sembrado.

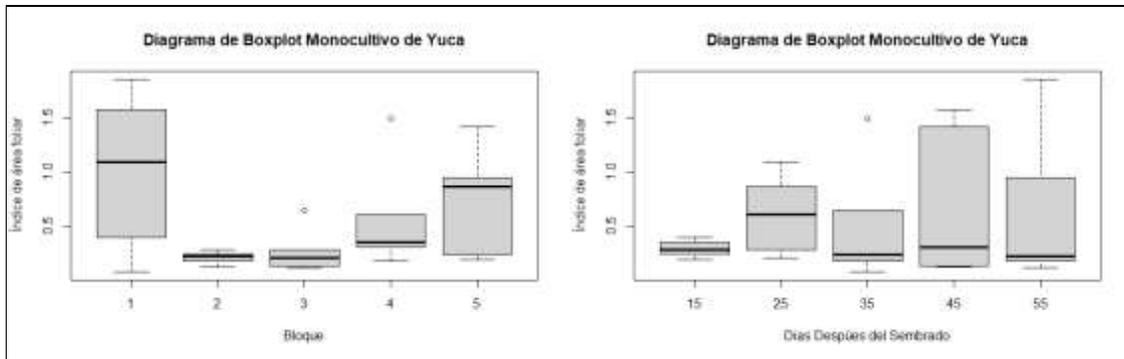


Figura 5. Diagrama de caja del índice del área foliar (IAF) para el cultivo de Yuca, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 5, se observa el IAF en el cultivo de Yuca con presencia de datos atípicos en los bloques 3 y 4; igualmente en el 35 días después del sembrado.

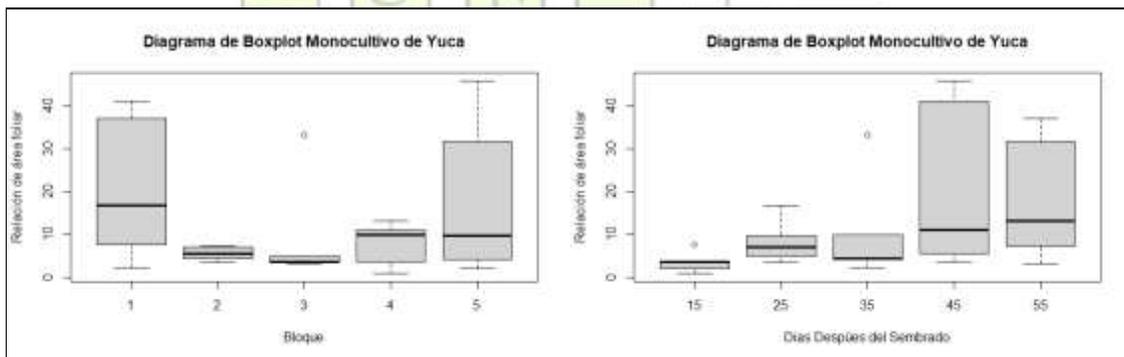


Figura 6. Diagrama de caja de la relación de área foliar (RAF) para el cultivo de Yuca, con un diseño de Bloque y de días después del sembrado.

En la Figura 6, se observa la RAF en el cultivo de Yuca con presencia de datos atípicos en el bloque 3; igualmente en el 35 día después del sembrado.

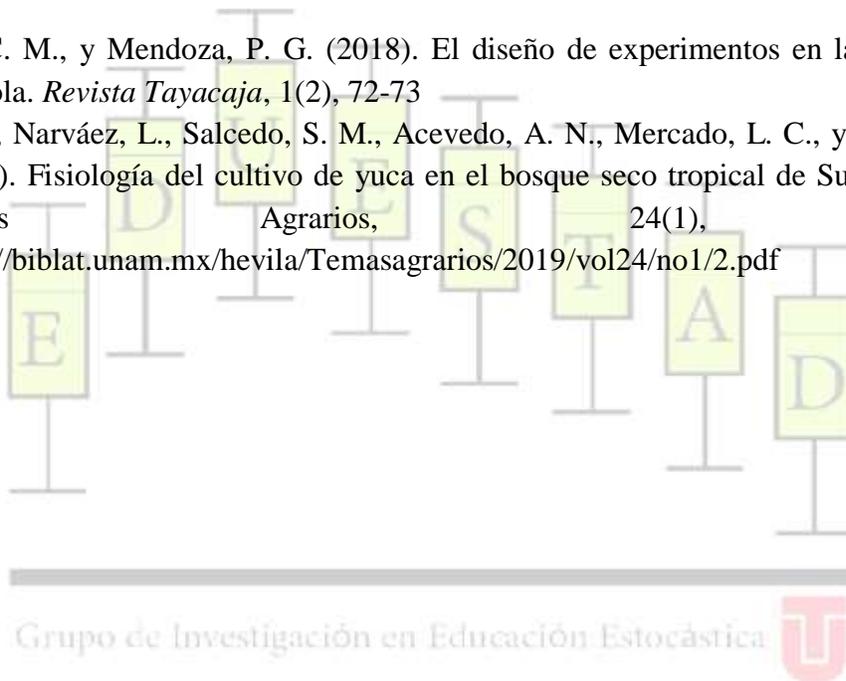
Con los resultados descriptivos podemos sospechar que los tratamientos en los bloques y los días después del sembrado de maíz, maní y Yuca, su distribución no es normal debido a que presentan asimetrías altas, también se presenta alta dispersiones, lo que sugiere alta variabilidad o heterogeneidad. El siguiente paso es hacer la verificación de los supuestos de: normalidad, varianza constante (igualdad de varianzas en los tratamientos) e independencia.

Referencias

Balzarini, M., Di Rienzo, J., Tablada, M., Gonzalez, L., Bruno, C., Córdoba, M., y Casanoves, F. (2015). Estadística y Biometría. Ilustraciones del uso de Infostat en problemas de agronomía. Universidad Nacional de Córdoba.

- Baracaldo, A. D. P., Ibagué, A., y Flórez, V. J. (2010). Tasas e índices de crecimiento a segundo pico de cosecha en clavel estándar cv. Nelson cultivado en suelo y en sustratos. *Agronomía Colombiana*, 38(2), 209-217.
- Bejar, J. (1957). Diseño de experimentos. *Trabajos de Estadística*, 8, 91-108. <https://doi.org/10.1007/BF03004007>
- Billstein, R., Libeskind, S., & Lott, J. W. (2013). Matemáticas: un enfoque de resolución de problemas para maestros de educación básica: volumen dos. López Mateos Editores.
- Di Benedetto, A., y Tognetti, J. (2016). Técnicas de análisis de crecimiento de plantas: su aplicación a cultivos intensivos. *RIA. Revista de investigaciones agropecuarias*, 42(3), 258-282. <http://www.scielo.org.ar/pdf/ria/v42n3/v42n3a07.pdf>
- Díaz, A. (2009). *Diseño estadístico de experimentos* 2a Ed. Universidad de Antioquia.
- Díaz, J. R. (2017). Biometría: estadística para la ciencia de la vida. *Indagare*, (5), 44-45.
- Figuroa, A. M., Castro, E. A., y Castro Salazar, H. T. (2019). Efecto bioplaguicida de extractos vegetales para el control de *Spodoptera frugiperda* en el cultivo de maíz (*Zea mays*). *Acta Biológica Colombiana*, 24(1). <https://biblat.unam.mx/hevila/Actabiologicacolombiana/2019/vol24/no1/5.pdf>
- García, A. T., Ardisana, E. H., del Valle, G. H., García, J. C., y Téllez, O. F. (2017). Efectos del BIOSTAN® en los índices de crecimiento y los pigmentos fotosintéticos de *Phaseolus vulgaris* L. *La Técnica: Revista de las Agrociencias*, (18), 25-35.
- Gil, A. I., y Miranda, D. (2007). Efecto de cinco sustratos sobre índices de crecimiento de plantas de papaya (*Carica papaya* L.) bajo invernadero. *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*, 1(2), 142-153. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/ciencias_hortícolas/article/view/1156/1155
- Hernández, M. S., Casas, A. E., Martínez, O., y Galvis, J. A. (1995). Análisis y estimación de parámetros e índices de crecimiento del árbol de maraco (*Theobroma bicolor* H. BK) a primera floración. *Agronomía Colombiana*, 12(2), 182-191.
- Intagri. (s. f.). *El Índice de Área Foliar (IAF) y su relación con el rendimiento del cultivo de maíz*. Intagri S.C. <https://www.intagri.com/articulos/cereales/el-indice-de-area-foliar-iaf#:~:text=El%20%C3%ADndice%20de%20%C3%A1rea%20foliar,tambi%C3%A9n%20expresado%20en%20m2>.
- Melo, O., López, L., y Melo, S. (2007). *Diseño de Experimentos [Métodos y Aplicaciones]*. Universidad Nacional de Colombia, 3-8. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/79912/Dise%C3%B1o%20de%20Experimentos.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Montero, J. (2020). Importancia nutricional y económica del maní (*Arachis hypogaea* L.). *Revista de Investigación e Innovación Agropecuaria y de Recursos Naturales*, 7(2), 112-125. http://www.scielo.org.bo/pdf/rriarn/v7n2/v7n2_a14.pdf
- Napolitano, H. (2010). *Diseño de experimentos*. Journal Article.

- Pallares, R. S. E., y Rodríguez, C. P. (2020). Evaluación de la germinación del polen de *Zea maysa* través de metodologías in vitro en Santa Marta, Colombia. *Intropica: Revista del Instituto de Investigaciones Tropicales*, 15(2), 137-143. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8054894>
- Paranhos, J. T., Dutra, L. M. C., Marchezan, E., y Aude, M. I. D. S. (1991). Índice de área foliar de três cultivares de arroz irrigado. *Ciência Rural*, 21(1), 35-41. <https://www.scielo.br/j/cr/a/WwrK8PHc3RkwmDVtRb8WfCs/abstract/?lang=pt>
- Peña, N. Q., y Cely, C. R. C. (2011). Comparación de técnicas experimentales para la medición del crecimiento vegetal. *Revista Memorias*, 9(15), 81-94. <https://exa.unne.edu.ar/biologia/fisiologia.vegetal/Comparaciontecnicasexperimentales.pdf>
- Rodríguez, C. M., y Mendoza, P. G. (2018). El diseño de experimentos en la investigación agrícola. *Revista Tayacaja*, 1(2), 72-73
- Santos, J. A., Narváez, L., Salcedo, S. M., Acevedo, A. N., Mercado, L. C., y Salcedo, J. G. (2019). Fisiología del cultivo de yuca en el bosque seco tropical de Sucre–Colombia. *Temas Agrarios*, 24(1), 17-26. <https://biblat.unam.mx/hevila/Temasagrarios/2019/vol24/no1/2.pdf>





Unidad Didáctica Basada en los Estilos de Aprendizaje para Desarrollar Competencia Matemática Relacionada con la Solución de Problemas que Implican Interpretación y Análisis de Datos Estadísticos

Luis Carlos Bernal Prada
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
lbernalp@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

El presente trabajo de investigación se propone analizar ¿en qué medida una unidad didáctica basada en los estilos de aprendizaje contribuye a desarrollar una competencia matemática relacionada con la solución de problemas que implican interpretación y análisis de datos estadísticos? para lo cual, se planteó una metodología desde el enfoque de investigación mixto con alcance exploratorio, desarrollada en tres fases que implicaron el diseño de los instrumentos, la caracterización de los estilos de aprendizaje con el test CHAEA, el desarrollo de la unidad didáctica, el diagnóstico inicial y final de competencia y la realización de entrevistas a los estudiantes. Los principales resultados exploratorios indican que a pesar de que la estrategia solo impactó al 45,4% del grupo de manera significativa, se perfila como una propuesta promisoría.

Palabras clave: Estilos de aprendizaje, unidad didáctica, competencia matemática.

Introducción

El presente trabajo parte de la problemática referida a las falencias existentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. De acuerdo con Lamas (2015), “existe una crisis en el aprendizaje - enseñanza de las Matemáticas: Alto porcentaje de reprobados,

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

alumnos que acreditan los cursos sin haber comprendido las nociones y procedimientos, y una actitud negativa hacia el aprendizaje de las matemáticas” (p. 261).

La problemática sobre la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas ha dado lugar a nuevas tendencias que se perfilan como estrategias que pretenden mejorar el aprendizaje de los estudiantes en esta área; una de esas miradas innovadoras la plantea (Santaolalla, 2009) en una investigación que refiere una relación importante entre las matemáticas y la teoría de los estilos de aprendizaje. Al respecto, se encuentra en la literatura pedagógica una gran cantidad de publicaciones referidas al concepto de estilo de aprendizaje, que según Buttler (1987, citado por Salas, 2008) resulta ser “una denominación utilizada para reconocer las diferencias individuales de aprendizaje” (p. 21). Lo cual quiere decir, que cada persona aprende de manera distinta a las demás.

El desarrollo de esta teoría presenta la imprescindible necesidad de atender a la diversidad de formas de aprender, si lo que realmente se busca es mejorar la efectividad del proceso de enseñanza – aprendizaje; situación que plantea un reto de alto nivel para los docentes quienes deben estructurar una manera eficaz de acoplar dicha teoría en su práctica pedagógica, máxime cuando no existe consenso entre la variedad de teorías, es decir, la multitud de posturas frente al tema genera confusión y dificulta su implementación.

Conocer la diversidad de teorías respecto de los estilos de aprendizaje resulta bastante útil a la hora de profundizar en el tema sobre todo si se pretende encontrar una aplicación práctica de estos conocimientos. Los autores Pantoja et al. (2013) realizaron una revisión y análisis de la literatura existente en cuanto a los modelos de estilos de aprendizaje y presentan una clasificación bastante completa agrupada por categorías; así, por ejemplo, se encuentran modelos basados en la construcción del conocimiento como el de Owen (1997; 1998), que concibe la abstracción del conocimiento en dos fases la analítica y sintética que a su vez operan en dos mundos, analítico y práctico. Existen modelos basados en los canales de percepción como el de Dunn et al. (1979) que concreta tres estilos de aprendizaje; visual, auditivo y kinestésico. También se describen modelos basados en la experiencia como es el de Kolb (1974), que concibe el aprendizaje como un proceso de cuatro etapas y de la combinación de estas etapas resultan cuatro estilos de aprendizaje: convergente, divergente, asimilador y acomodador.

Por lo anterior, en el proceso de implementación de los estilos de aprendizaje en la práctica pedagógica, es necesario tener claridad sobre el modelo teórico que se piensa asumir. El presente trabajo toma como referente una de las líneas investigativas que de acuerdo con (Ventura, 2011) ha tenido un profundo desarrollo en América Latina particularmente en Chile, Venezuela y Colombia en el campo de los estilos de aprendizaje, y es la línea de Alonso, Gallego y Honey, un enfoque que retoma los aportes realizados por Honey y Mumford (1986), los cuales a su vez parten de las teorías de Kolb (1984), por lo cual se ubica dentro de los modelos basados en la experiencia. Este modelo está de acuerdo con la idea del proceso circular del aprendizaje en cuatro etapas, pero concreta sus propias descripciones de los estilos

de aprendizaje, que también son cuatro: activo, reflexivo, teórico y pragmático; cada estilo coincide con una fase del proceso cíclico de aprendizaje (Alonso et al., 1997).

Además de tener claridad respecto del modelo teórico de estilos de aprendizaje que se piensa asumir, también es necesario definir la estrategia didáctica mediante la cual se implementará dicha teoría en la práctica de aula. Si bien es cierto que actualmente existen múltiples alternativas de elección, es importante tener en cuenta las circunstancias propias del contexto en el cual se desarrolla la propuesta. Al respecto, el presente trabajo se enmarca en el modelo constructivista, y en particular el adoptado por los modelos de educación flexibles como el postprimaria rural, ya que se trata de una Institución Educativa del sector rural. Este tipo de modelos plantea una metodología de trabajo muy ligada al esquema de las unidades didácticas, por lo cual, resulta una estrategia pertinente, no solo porque es conocida en el ámbito en el que se desarrolla, sino también como afirma Perafán et al. (2005) porque “son una manera concreta de definir el qué y el cómo se va a enseñar” (p. 9).

Con base en todo lo anterior, el presente trabajo de investigación se propone analizar en ¿qué medida una unidad didáctica basada en los estilos de aprendizaje contribuye a desarrollar una competencia matemática relacionada con la solución de problemas que implican interpretación y análisis de datos estadísticos?, analizado en el contexto de los estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa San Francisco de la Sierra sede Delicias de Lérica Tolima.

Desarrollo de la Comunicación

Para dar respuesta a la pregunta planteada se emplea el enfoque de investigación mixto, el cual, según Hernández et al. (2014) “implica la recolección y análisis de datos tanto cualitativos como cuantitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información recabada (metainferencias) y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio” (p. 534). Igualmente se establece un alcance de investigación exploratorio dada la novedad del tema desde el área de matemáticas.

El proceso de desarrollo de la investigación se dividió en tres fases:

Fase I. En la cual se realizó el diseño de la unidad didáctica con sus respectivas sesiones de trabajo a desarrollar, así como también el diseño de los instrumentos necesarios para la recolección de la información durante la implementación de la unidad como, por ejemplo, el instrumento para sistematizar los datos del test CHAEA, la hoja de seguimiento del estudiante, la rúbrica de evaluación de la competencia, el instrumento para medir el nivel de la competencia y la entrevista.

Fase II. La recolección y sistematización de datos se desarrolló en tres momentos, en un primer momento se caracterizaron los estilos de aprendizaje de acuerdo con la propuesta de Alonso et al. (1997) que se fundamenta en el uso del instrumento CHAEA que consta de ochenta ítems de respuesta dicotómica. También se realizó el diagnóstico inicial de la

competencia mediante un test de conocimientos previos. En un segundo momento se llevó a cabo el desarrollo de la unidad didáctica mediante la metodología de trabajo desde casa con asesorías telefónicas dadas las circunstancias por la emergencia sanitaria del COVID 19. Se trabajó con la técnica del e-portafolio para la recolección de evidencias, las cuales se sistematizaron con ayuda de la hoja de seguimiento del estudiante y se valoraron con ayuda de la rúbrica de evaluación. En un tercer momento se indagó por las percepciones de los estudiantes para lo cual se realizó una entrevista estructurada con cinco preguntas abiertas.

Fase III. En esta fase se llevó cabo el análisis de la información recolectada por los instrumentos aplicados. Para los datos cuantitativos se empleó el paquete estadístico SPSS, y las entrevistas se analizaron con el apoyo del software Atlas.ti. a partir de esto se realizó la triangulación de la información buscando relaciones entre el estilo de aprendizaje del estudiante, su nivel de competencia alcanzado, y su percepción frente al proceso de desarrollo de la unidad didáctica.

Conclusiones

El análisis exploratorio permite concluir que la estrategia pedagógica unidad didáctica basada en los estilos de aprendizaje, se perfila como una estrategia promisoría para mejorar el desarrollo de competencias matemáticas pese a que su mayor impacto se dio solo en 5 de los 11 estudiantes que hicieron parte del proceso, esto es, el 45,4%; dado que, los que no evidenciaron progreso significativo, en esencia se debió a que no desarrollaron más allá del 50% de la unidad didáctica, por lo que resulta muy factible predecir la obtención de mejores resultados si se lleva a cabo el proceso completo.

Se pone de relieve la necesidad de que la estrategia pedagógica no solo tenga en cuenta los estilos sino también los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes, que no parecen estar ligados a un estilo en particular, sino que resulta más bien una confluencia de factores que desde los datos recolectados, tienen que ver con el nivel de preferencia por estilo predominante, la capacidad del estudiante de aprovechar sus otros estilos aun cuando no sean su fortaleza, el nivel de autonomía para gestionar el tiempo de trabajo y el grado de desarrollo conceptual frente a los aprendizajes propuestos.

Se destaca el grado de desarrollo conceptual de los estudiantes como un factor clave en el proceso de aprendizaje, que resulta urgente atender de manera pertinente dada la escasa importancia que desde el área de matemáticas tradicionalmente se le presta, dado su particular énfasis en la ejercitación de procedimientos y algoritmos.

La organización de la unidad didáctica en sesiones, etapas y actividades es clave para facilitar el aprendizaje de los estudiantes pues presenta múltiples beneficios, entre ellos destaca el hecho de generar noción de orden, lo cual les permite gestionar el tiempo de desarrollo más fácil; sin embargo, no se puede perder de vista que no solo se trata de fraccionar la sesión, sino que resulta de especial relevancia que cada etapa cumpla su

propósito dentro de una secuencia de actividades; así por ejemplo, se espera que la etapa reflexiva efectivamente permita revisar una experiencia realizada en la primera etapa en pro de comprender mejor los elementos teóricos que vienen en la siguiente etapa.

Lo anterior, se considera una diferencia fundamental frente a otras propuestas didácticas que contemplan los estilos de aprendizaje, en donde se tiene en cuenta la selección de actividades apropiadas para cada estilo, pero obvian el eje central de la teoría como una secuencia cíclica del aprendizaje.

Adicional, es menester destacar que las actividades deben cumplir con ciertas características que resultaron de especial relevancia para los estudiantes como, por ejemplo, que sean actividades que enseñen cosas nuevas, con ejemplos bien explicados, con un nivel de dificultad apropiado y que permitan practicar lo aprendido.

Por otro lado, en relación con el proceso evaluativo de la competencia, es importante destacar que la combinación del método matricial complejo con la técnica del e-portafolio resultó pertinente en medio de las circunstancias de emergencia por la pandemia del COVID 19, sin embargo, se extiende su recomendación de aplicación en cualquier circunstancia de aprendizaje dadas las percepciones positivas de los estudiantes frente al proceso.

Por último, vale la pena explorar la necesidad de fortalecer el estilo de aprendizaje reflexivo en nuestros estudiantes, con la intención de mejorar el impacto de la estrategia, puesto que resulta un estilo que reviste especial importancia en el ciclo de aprendizaje ya que, no solamente permitir mejorar la capacidad crítica tan demandada en la educación actual, sino que como estilo de aprendizaje predominante podría convertirse en el gestor de todos los demás estilos, es decir, a través del estilo reflexivo el estudiante identificaría de acuerdo con el contexto de aprendizaje cual estilo emplear.

Referencias

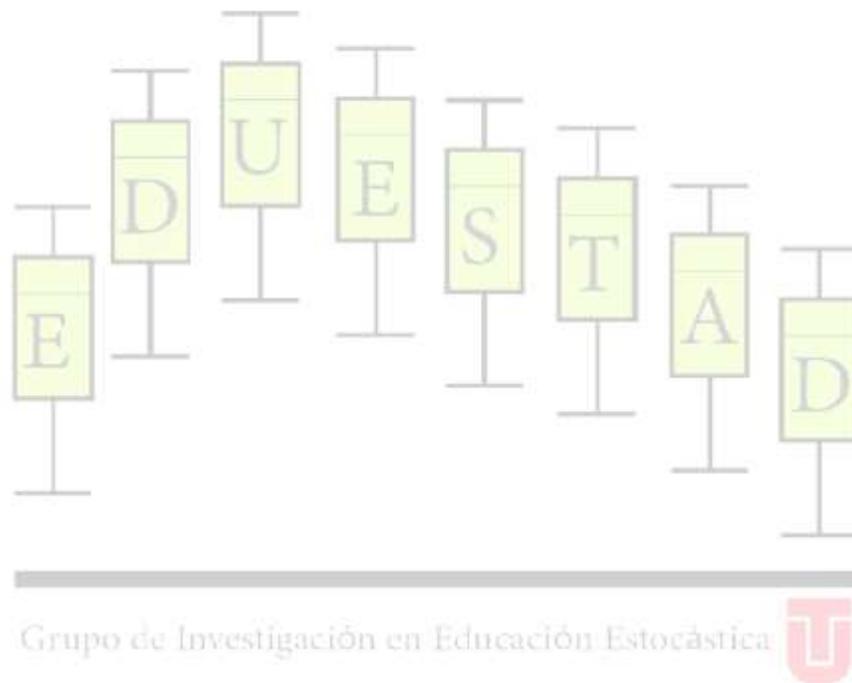
- Alonso, C., Gallego, D., y Honey, P. (1997). *Los estilos de aprendizaje procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao: Mensajero.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Mexico: Mc Graw Hill.
- Lamas, H. (2015). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. *Revista de psicología*, 259-328. <http://revistas.ucv.edu.pe/index.php/revpsi/article/view/631/615>
- Pantoja, M., Duque, L., y Correa, J. (2013). Modelos de Estilos de Aprendizaje: una actualización para su revisión y análisis. *Revista Colombiana de Educación*, 79-105.
- Perafán, G., Couso, D., Badillo, E., y Adúriz Bravo, A. (2005). *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. Magisterio.
- Salas, R. E. (2008). *Estilos de Aprendizaje a la luz de la neurociencia*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de Aprendizaje*, 1-14.

<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/79596/00820103010059.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Ventura, A. C. (2011). Estilos de aprendizaje y prácticas de enseñanza en la universidad: Un binomio que sustenta la calidad educativa. *Perfiles educativos*, 33(SPE), 142-154.

<https://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v33nspe/v33nspea13.pdf>





La Retención Escolar de los Estudiantes de Licenciatura en Matemáticas Desde la Óptica de los Modelos Binarios

Giancarlo Caviedes Villalba

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

gcaviedesv@ut.edu.co

Gerson Esteban Cruz Rodríguez

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

gecruzr@ut.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

El propósito es determinar, caracterizar y sistematizar información para que las directivas tomen decisiones con respecto a estrategias institucionales que permita la conformación de línea base y la implementación de metodología para identificar y trazar estrategias para evaluar los múltiples factores, causas y efectos que influyen en la deserción escolar. Factores sociales, culturales y académicos que pueden ser determinantes directos e indirectos de la deserción en la licenciatura en Matemáticas de la facultad de Educación. Esto con el propósito de generar alertas tempranas sobre el potencial de deserción, trazar e implementar políticas y materializar en el corto, mediano y largo plazo, las directrices mediante estrategias de contingencia que mitiguen este problema social en busca de la optimización de los indicadores de retención escolar que impactan la calidad de vida en beneficio del colectivo social.

Palabras clave: Retención, Modelos, Estrategias, Metodologías, Sistematización.

Introducción

Las instituciones educativas en todos sus niveles de formación afrontan diversos factores que inciden en la deserción, siendo ellos lo afectivo, social, económico, académico, entre otros. Basados en lo anterior, el problema reside en la dificultad de la sistematización unificada de estudio de base, del programa de licenciatura en matemáticas y en los niveles de desempeño laboral. Por lo tanto, se requiere dejar insumos para que las directivas puedan elaborar estrategias de retención pertinentes que permitan a quienes dirigen las instituciones de educación superior, contar con elementos que orienten sus planes de acción para materializar estrategias de retención y permanencia desde la realidad vivencial del entorno de sus estudiantes, docentes, directivas, administrativas y padres de familia en la licenciatura en matemáticas.

Desarrollo de la Comunicación

Marco Teórico

Se ha concebido que la idea de generar menor deserción en las poblaciones universitarias ayuda a los estudiantes a tener un mejor nivel académico y profesional, desde un punto más objetivo generar menor deserción y mayor retención no solo depende de una sola variable, si no de múltiples factores que aquejan a la mayor parte de la comunidad universitaria. La brecha que se ha abierto en los últimos 8 años deslumbra una retención muy inestable. “Las innovaciones educativas y las prácticas en el aula, para la retención de estudiantes han demostrado la importancia que tienen las acciones de los docentes para generar el primer acercamiento que han dado solución a este problema” (Tinto, 1975, 1987, p.32).

Por lo cual partiendo desde la óptica de los modelos binarios se elabora un proyecto donde se tiene en cuenta los factores más influyentes en los estudiantes, las estrategias de retención y el seguimiento oportuno para la continuidad. Estos primeros estudios sobre la retención de estudiantes de la educación superior se hicieron desde el punto de vista de la psicología. La retención o la falta de ella eran vistas como el reflejo de los atributos individuales, las habilidades y la motivación. (Tinto, 2007). En este estudio es relevante identificar y caracterizar los factores académicos, sociales y culturales asociados con los actores y las dinámicas propias al interior de la universidad y las que trascienden en el entorno regional, nacional e internacional.

Metodología

La investigación a desarrollar se enmarca en una metodología multivariada cuantitativa y cualitativa, teniendo en cuenta las características del problema y lo que se buscaba indagar a través de los métodos en múltiples variables que permiten la búsqueda de significados y sentidos de los factores a través de la descripción, caracterización, interpretación, comprensión y modelamiento de las causas y efectos asociados a la deserción y poder definir un enfoque adecuado para el desarrollo de estrategias de retención para implementar, evaluar programas en curso, programas de becas entre otros de los cuales puedan hacer parte los estudiantes del programa de licenciatura en matemáticas y así, poder mediante el trabajo de investigación proponer estrategias para la posterior implementación de los mecanismos en la recolección, seguimiento y evaluación permanentes.

El análisis de correspondencias es una técnica descriptiva desarrollada por Jean-Paul Benzécri basado en la asociación entre las variables y sus modalidades en estudio, el propósito es determinar el nivel de asociación entre dichas modalidades de las variables, para posteriormente realizar su validación mediante los modelos log-lineales que son un caso particular de los modelos lineales generalizados (GLM) para datos de respuesta cualitativa, con modelos de tipo logit y probit. Los modelos loglineales se usan para analizar la relación entre dos, tres o más variables. La Complementariedad del modelo análisis de correspondencia y del log-lineal en el estudio de los factores en el campo de interacción social, Díaz (2001). Las funciones de regresión logística es un tipo de análisis de regresión utilizado para predecir el resultado de una variable categórica (una variable que puede adoptar un número limitado de categorías) en función de las variables independientes o predictoras. Es útil para modelar la probabilidad de un evento ocurriendo como función de otros factores. El análisis de regresión logística se enmarca en el conjunto de análisis de correspondencias y de los modelos lineales generalizados (GLM). Estos modelos GLM usan como función de enlace la función logit. Las probabilidades que describen el posible resultado de un único ensayo se modelan, como una función de variables explicativas, utilizando una función logística, Peña (2002).

Conclusiones

Los resultados del desarrollo del proyecto se socializarán mediante la asistencia a eventos reconocidos en calidad de ponentes, póster, comunicaciones y publicación en revistas indexadas, así como la socialización de los resultados obtenidos ante las comunidades académicas y administrativas de la Facultad de educación de la Universidad del Tolima. Para los respectivos análisis de datos, se hace necesario acudir a las diferentes fuentes de información y a la obtención de información mediante instrumentos construidos conjuntamente con los estudiantes, docentes y administrativos.

Referencias

- Attinasi, L. C. (1986). *Gettig in: Mexican American Student's perceptions of their collage-going behavior with implications for their freshman year persistence in the University*. ASHE, 1986 Annual Meeting Paper, san Antonio, TX, EE.UU., (ERIC No 268869).
- Boshier, R. (1973). "Educational participation and Dropout: a Theoretical Model." *Adult Education*, 23 (4), 255-282.
- Caicedo C., y Guarino (2005). *Colombia; Alto porcentaje de deserción universitaria*.
- Díaz, G. (2001). El bienestar subjetivo: Actualidad y perspectivas. *Revista Cubana de medicina general integral*, 17(6), 572-579.
- Díaz, L. G. (2002). "Estadística Multivariada: inferencia y métodos". Universidad nacional de Colombia.
- Fishbein, M., y Ajzen, I. (1975). *Belief, Attitude, intention and behavior: An Introduction to theory and Research*, Addison-Wesley, Reading, MA, EE.UU.
- Hackman, J. y Dysinger, W. S. (1970), "Commitment to College as a Factor in Student Attrition". *Sociology of Education*, 43 (3), 311-324.
- Pascarella, E. T. y Terenzini, P. (1977), "Patterns of Student-Faculty Informal Interaction Beyond the Classroom and Voluntary Freshman Attrition." *Journal of Higher Education*, 48 (5), 540-562.
- Peña, D. (2002), "Análisis de datos Multivariantes". <http://www.mcgraw-hill.es/olc/pena>.
- Sociedad para el Desarrollo de Sistemas. (1981). "Student Disengagement Revisited: Some Thoughts on the Limits of Theory and Practice in Student Attrition.", *The Journal of Higher Education*.
- Spadies 3.0. (2010-2018), "Estadísticas de deserción y permanencia en educación superior histórico indicadores".
- Spady, W. (1970). Dropouts from Higher Education: An Interdisciplinary y Review and Synthesis. *Interchange*, 1, 64-65.
- Spadies (2018). "Permanencia y graduación: una propuesta por la equidad en educación superior", *Boletín Educación Superior en cifras*. Colombia.
- System Development Corporation. (1981), *Progress Report on the Evaluation of Special Service in Higher Education*. Santa Monica: System Development Corporation.
- Tinto, V. (1975). "Dropout from Higher Education: A Theoretical Synthesis of Recent Research." *Review of Educational Research*, 43 (1), 89-125.
- Torres G. (2012), "Retención estudiantil en la educación superior revisión de la literatura y elementos de un modelo para el contexto colombiano", Pontificia Universidad Javeriana.



Los Medios de Comunicación Masivos Digitales y la Alfabetización Estadística: una Mirada en Estudiantes de Grado Noveno

Anyi Lorena De la cruz Paniagua
Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia
anyi.cruz@correounivalle.edu.co

María Del mar Castillo Calle
Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia
maria.delmar.castillo@correounivalle.edu.co

Diego Díaz Enríquez
Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia
diego.diaz.enriquez@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo aportar al desarrollo de la alfabetización estadística a un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa General José María Cabal en Santiago de Cali, Valle del Cauca, implementando una estrategia de enseñanza denominada investigaciones estadísticas. El estudio expuesto se encuentra en desarrollo, por lo cual, se muestran resultados parciales de los procesos desarrollados hasta el momento; entre estos se tienen los elementos centrales que componen el marco teórico como Educación Estadística Crítica, Alfabetización estadística, Investigaciones estadísticas y Alfabetización transmedia. Además, la metodología empleada desde un enfoque cualitativo con el diseño de investigación-acción, permitió planificar las 4 fases de la intervención, de las cuales se presentan tres desarrolladas; los resultados obtenidos evidenciaron un cambio en las opiniones críticas que argumentan los estudiantes referentes a una información presentada en los medios de comunicación.

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

Palabras clave: Alfabetización Estadística, Educación Estadística Crítica, Investigaciones Estadísticas, Medios de comunicación.

Introducción

La enseñanza de la estadística tradicionalmente ha sido llevada a cabo de una forma estática, mecánica y monótona, en los cuales se crean escenarios de aprendizajes pragmáticos que no permiten el desarrollo de la alfabetización estadística en los estudiantes, pues según Zapata-Cardona (2016), la investigación empírica ha revelado que en la enseñanza de la Estadística hay un marcado énfasis en el análisis de conjuntos de datos que otros han producido, en los conceptos y procedimientos en ausencia de contextos, y en etapas aisladas del ciclo investigativo, que prioriza el estudio de procedimientos y cálculos de variables estadísticas, sin un contexto que promueva la interpretación de la información resultante, lo cual afecta el desarrollo de la alfabetización estadística de los estudiantes, según Gal (2002), un estudiante que esté alfabetizado estadísticamente tiene un cúmulo de conocimiento estadístico básico, con los que puede comprender e interpretar de forma crítica información y datos que estén en un contexto y explicado a través de conceptos estadísticos, además, desarrollan habilidades para expresar sus opiniones y discutir sus inquietudes sobre las problemáticas.

Si la estadística se enseña en un contexto que sólo utiliza técnicas y procedimientos, limita la oportunidad de formar a los estudiantes como ciudadanos críticos y participativos de su realidad; se dejarían de aprovechar las herramientas que posee la educación estadística para realizar una crítica a problemáticas sociales, políticas y económicas, que influya de forma implícita o explícita en los estudiantes.

Además, en el aula de clase no se suele trabajar con escenarios que tengan en cuenta la realidad que viven los estudiantes con el uso de medios de comunicación digitales, tales como las redes sociales, como Facebook, WhatsApp, Instagram, Twitter, y distintas plataformas que dan acceso a la información, según Pereira et al. (2018) la relación que los estudiantes conciben entre los medios de comunicación y el aula de clase es nulo, dado que “la presencia de los medios en la escuela se limita al tiempo de descanso, y casi nunca es tema de valoración, conversación o análisis con los profesores”, por esta razón, en este trabajo se implementa una estrategia que articula la alfabetización estadística y los medios de comunicación, denominada la alfabetización transmedia definida por Scolari (2018).

Así, el objetivo del presente trabajo es aportar al desarrollo de la alfabetización estadística en un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa General José María Cabal, mediante la información presentada en los medios de comunicación masivos digitales, apoyado en la elaboración de una propuesta de intervención de aula con

base en las investigaciones estadísticas definida según Zapata-Cardona (2018), en la cual se relaciona las estadísticas que adquieren los estudiantes de su vida cotidiana y escolar, de tal manera que puedan tener una visión crítica de la problemática a investigar y que puedan posicionarse como seres críticos y partícipes de su realidad.

Marco Teórico

A continuación, se presentarán las ideas generales de los fundamentos teóricos que se toman como referencia para el establecimiento de este trabajo.

Educación Estadística Crítica

La educación estadística crítica se fundamenta en la integración de la educación estadística y la educación crítica, guiada por los fines de cada una de estas, teniendo en cuenta que según Campos, C. (2016) la educación estadística se centra en el desarrollo de tres competencias, las cuales son el razonamiento estadístico, la alfabetización estadística y el pensamiento estadístico; para integrar estas competencias con la competencia crítica, se debe direccionar la enseñanza con situaciones que impliquen aspectos sociales, económicos y políticos, esto es para Campos (2016), agregando lo político a lo pedagógico y viceversa, y haciendo del profesor un intelectual transformador. Para cumplir con los objetivos de la educación estadística crítica, se deben tener en cuenta unos principios fundamentales, los cuales son, Campos (2016), contextualizar los datos de un problema estadístico, preferencialmente utilizando datos reales; incentivar la interpretación y análisis de los resultados obtenidos; socializar el tema, o sea, insertarlo en un contexto político, social y promover debates sobre las cuestiones planteadas.

Alfabetización Estadística

Como se mencionó anteriormente la educación estadística implica el desarrollo de tres competencias que deben desarrollar los estudiantes, teniendo en cuenta que estas competencias no tiene un consenso entre la comunidad de educadores e investigadores del campo, tomamos la alfabetización estadística desde la perspectiva Gal (2002), este plantea la alfabetización estadística como dos componentes que se relacionan, el primero son las habilidades que las personas desarrollan para interpretar y evaluar críticamente información estadística que se encuentran en diferentes entornos. El segundo, es la habilidad para argumentar y participar sobre la información estadística, expresando el significado, las opiniones y reacción frente a dicha información.

Según Gal (2002), para desarrollar las habilidades competentes a la alfabetización estadística se conectan dos elementos, los cuales son: elementos cognitivos, integrados por habilidades de alfabetización, conocimiento estadístico, conocimiento matemático, conocimiento del contexto y preguntas críticas, y, elementos disposicionales, estos son posturas críticas y creencias y actitudes. Así, los elementos anteriores se perciben como un conjunto dinámico que conforma a una persona alfabetizada estadísticamente, por esta razón, no se pueden desarrollar de forma aislada.

Para el desarrollo de la alfabetización estadística en los estudiantes, se recurre a lo que se denomina Investigaciones Estadísticas.

Investigaciones Estadísticas

Para Zapata-Cardona (2018), las investigaciones estadísticas son una forma de enseñar la estadística, cumpliendo con la necesidad de conectar la estadística escolar con la estadística que los estudiantes obtienen por fuera del aula de clase. En las investigaciones estadísticas el contexto tiene un papel importante, pues estas se plantean en situaciones que sean críticas teniendo en cuenta las características sociales, económicas, políticas y ambientales que se presentan en las realidades de los estudiantes; la interacción con este contexto y la utilización de las herramientas estadísticas para analizar, describir y tener una opinión crítica al respecto, son parte del objetivo principal, que está orientado a la formación de los estudiantes como ciudadanos críticos, además, que estos sean sujetos transformadores y/o partícipes de su propia realidad. Que los ciudadanos sean críticos implica según Zapata-Cardona (2018), que comprendan, transformen su realidad —social, política, económica y ambiental— y contribuyan a la creación de condiciones más democráticas en la sociedad.

Medios de Comunicación y Alfabetización Transmedia

Continuamente estamos expuestos a los medios de comunicación masiva definidos por Domínguez (2012), como “aquellos que se envían por un emisor y se reciben de manera idéntica por varios grupos de receptores, teniendo así una gran audiencia” (p.12), es decir, se establece una relación entre emisor y receptor a través de diferentes medios, sean tecnológicos o físico, los cuales tiene como objetivos informar, entretener, hacer publicidad, entre otros. Para la relación que tienen los estudiantes con la información y la educación escolar, tomamos un proceso que se considera fundamental según Scolari (2018), puesto que relaciona la educación y dichos medios; este proceso es conocido como Alfabetización Transmedia (Literacy transmedia), es pertinente debido que es para Scolari (2018), “una serie de habilidades, prácticas, prioridades, sensibilidades, estrategias de aprendizaje y formas de

compartir que se desarrollan y se aplican en el contexto de las nuevas culturas participativas” (p.17).

El objetivo de la alfabetización transmedia es crear prosumidores críticos, es decir, un consumidor y creador participativo de la información expuesta en los medios de comunicación masivos digitales. La competencia transmedia que se trabaja en este estudio está ligada a la Ideología y ética, específicamente en reconocer y describir, evaluar y reflexionar sobre la información que se presentan en medios de comunicación masivos digitales; que se pueden enfrentar con preguntas de contraste ideológico.

Metodología

En este apartado se describe la metodología utilizada durante la investigación y los instrumentos para la recolección y análisis de datos; el enfoque de investigación es cualitativo, de acuerdo con Hernández et al. (2014) este enfoque es dirigido al estudio de situaciones desde el punto de vista de los participantes según el contexto en que se encuentren. Así, el diseño de investigación seleccionado es investigación-acción, puesto que, este se adapta al cumplimiento de objetivos propuestos; entendiendo la investigación-acción desde Paz (2003) como una estrategia que permite reflexionar alrededor de las problemáticas que permean la comunidad que se desea estudiar, buscando un mejoramiento, transformación o innovación.

Antes de la intervención en el grupo de estudiantes, se realizó una caracterización de estos, por medio de un cuestionario realizado en la plataforma de Google Forms, encontrando lo siguiente: el grupo que participó en la investigación está conformado por 35 estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa General José María Cabal, las edades oscilan entre 13 y 17 años, predomina el género femenino siendo 20 mujeres de los 35 participantes, 26 de los estudiantes pertenecen al estrato socioeconómico 1 y los 9 restantes son de estrato 2. Las plataformas de búsqueda son Youtube y Google, la aplicación más utilizada es WhatsApp; un criterio de selección para este grupo es la conexión a internet y disponibilidad de dispositivos tecnológicos.

Luego, se realizó las intervenciones con los estudiantes, estas apoyadas en la estrategia de investigaciones estadísticas, elegida para el desarrollo de la alfabetización estadística de los estudiantes, teniendo en cuenta, que en estas la participación de los estudiantes es fundamental y activa.

Intervención en el Aula: Investigación Estadística

La intervención está guiada por el tema “la ausencia de los estudiantes en las aulas de clase en Colombia”, teniendo en cuenta la coyuntura que está atravesando el país desde el año 2020 con el COVID-19 y los diferentes estudios que se han realizado alrededor de dicho tema,

se exalta la importancia de informarse sobre las posibles repercusiones que tenga esta temática desde el punto de vista de los participantes de la investigación. Además, se debe considerar que las intervenciones con los participantes son asistidas por herramientas tecnológicas, lo cual representa una serie de limitaciones que se consideraron en la selección del grupo.

La pregunta entorno a la intervención con el grupo de estudiantes es: Según la problemática abordada por cada grupo, ¿es necesario establecer el modelo de alternancia en la institución o basta con seguir en la modalidad presencial asistida con tecnología?

Las investigaciones estadísticas no tienen una estructura la cual se deba cumplir paso a paso, sin embargo, se puede vislumbrar unas fases que recorren en la realización de estas, en la primera parte de las investigaciones estadísticas se debe realizar un estudio a profundidad sobre la situación crítica que se va a trabajar a lo largo del estudio, luego, se deben generar datos, los datos son reales y recolectar esta información de fuentes que sean oficiales; una tercera fase que se puede evidenciar, está dirigida hacia las herramientas que se van a utilizar para el estudio de los datos, tales como los softwares que puedan ayudar en este proceso, después, se deben identificar y elegir cuales son los conceptos y herramientas estadísticas pertinentes para la situación que se está analizando, por último, la terminación de la investigación estadística se culmina cuando los estudiantes realicen una crítica a la problemática planteada y una propuesta de transformación para esta.

El trabajo que se está presentando no ha llegado a su etapa final, está por desarrollarse la última fase. En el siguiente cuadro se expone el proceso en fases que se ha realizado.

Tabla 1. Fases realizadas en la intervención de aula, con los participantes del estudio

	Fase 1	Fase 2	Fase 3
Descripción	-Presentación de la temática: “la ausencia de los estudiantes en las aulas de clase en Colombia” - Temas: Velocidad de internet, acceso a clases virtuales, clases vs talleres y audios, desigualdad en inversión, agua potable en colegios, jabón, deserción, explotación en menores, reclutamiento forzado, salud mental, violencia intrafamiliar.	- Exposición de la problemática seleccionada por los estudiantes. -Exposición de una noticia con diferentes representaciones de datos estadísticos.	- Exposición de información y noticias con diferentes representaciones de datos estadísticos, por parte de los grupos de estudiantes.
Recursos	-Google Meet -Vídeo de La Pulla (El espectador): Las clases virtuales son una farsa.	-Google Meet -Presentaciones Google.	-Google Meet

	Fase 1	Fase 2	Fase 3
Procedimiento	<p>Se presentó a los estudiantes el vídeo por parte de los autores del estudio, en medio de la exposición los estudiantes debían de tener presente las problemáticas sociales que aquejan la educación virtual, con el fin de seleccionar una de estas y realizar las respectivas investigaciones tal y como se propuso.</p> <p>Al finalizar la socialización se pidió organizar grupos de estudiantes, seleccionar una problemática y realizar la investigación acerca del tema, consultando noticias e información en medios digitales. Los recursos son elegidos de acuerdo a su propio criterio.</p>	<p>En la intervención los grupos de estudiantes realizaron la exposición de la información recolectada y compartieron con el grupo las fuentes consultadas.</p> <p>Se realizó una retroalimentación sobre los factores a mejorar.</p> <p>Luego, se expuso una noticia por parte de los autores del estudio, de la cual se extrajo datos estadísticos y se presentaron con diferentes formas de representación (tablas, porcentajes, gráficos), esto para que los estudiantes pudieran observar cómo se puede presentar una noticia a partir de los datos estadísticos.</p> <p>Para finalizar, se dejó la instrucción de representar la información que ya habían consultado, a partir de ideas estadísticas, de tal forma que un público en general, tuviera la</p>	<p>En esta fase los estudiantes realizaron la exposición de las ideas estadísticas que utilizaron para representar la problemática que investigaron como grupo, además, de presentar la interpretación a esos resultados que obtuvieron o que se extrajeron de las noticias.</p> <p>Por último, se dio la indicación para la fase final, la cual consiste en tomar una decisión, postura o respuesta sobre la pregunta que dirige la intervención, respecto a la alternancia y la relación con la problemática que trabajaron, además, de realizar una propuesta de transformación para esta.</p>

	Fase 1	Fase 2	Fase 3
		posibilidad de entender el mensaje de una forma más específica.	

Conclusiones

A partir de las intervenciones realizadas con los grupos de estudiantes, se recolectaron datos en vídeo, presentaciones y escritos. En estos se han evidenciado el proceso que han tenido los y las estudiantes en el desarrollo de la alfabetización estadística. Los resultados parciales son los siguientes:

Casos a nivel nacional

- Según cifras del Instituto Nacional de Medicina Legal y Ciencias Forenses, durante el año 2015 se registraron 26.985 casos de violencia intrafamiliar en Colombia.
- En 2019 602 llamadas a la línea 155
- En 2020 1.221 llamadas a la misma línea

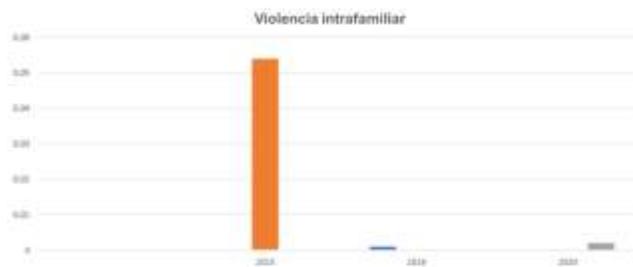


Figura 1. Presentación del grupo de estudiantes G1 en la fase 3, problemática: Violencia Intrafamiliar

Para esta comunicación escogimos el caso del grupo G1. Este grupo eligió la temática virtualidad y violencia intrafamiliar. En esta etapa se solicitaba que indagaran sobre las consecuencias de estar en casa respecto a la violencia intrafamiliar. En la exposición de su investigación, argumentan que es un hecho evidente el incremento de la violencia intrafamiliar en esta época de estudio remoto, apoyan sus afirmaciones en datos recolectados en fuentes gubernamentales. No solo dejan entrever una lectura literal de la información que se recolectó, sino que se hacen cuestionamientos sobre lo complejo que sería esto de continuar un año más en estudio remoto.

Un avance que se pudo evidenciar está en la utilización de información con datos y porcentajes, esto es un cambio respecto a la presentación que se realizó en la fase 2, pues en un principio habían consultado información con pocos recursos y datos estadísticos o cuantitativos que representara las noticias.

De acuerdo a la participación de los estudiantes con respecto a los temas y problemáticas, se ha observado que son temas que crean interés en los estudiantes, los motiva a opinar, teniendo así una participación activa de la mayoría de estudiantes, cuyas intervenciones reflejan sus argumentos y perspectiva de acuerdo a la problemática que abordan.

La intervención en el aula hasta el momento, ha evidenciado una evolución en las expresiones de los estudiantes respecto a las problemáticas, también, en el cuidado de elegir fuentes confiables y en la manera de hacer críticas relacionadas con los temas que abordan y estudian, además, de buscar posibles soluciones o ideas que puedan menguar la problemática.

Referencias

- Campos, C. (2016). *La educación estadística y la educación crítica. Segundo encuentro colombiano de educación estocástica*. Encuentro llevado a cabo en Bogotá, Colombia.
- Domínguez, E. (2012). *Medios de comunicación masiva*. Estado de México, México: Red tercer milenio S.C.
- Gal, I. (2002). *Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsabilites*. Amsterdam, The Netherlands: International Statistical Review, 70, 1-51.
- Hernández, R. Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta edición. México DF, México: Mc Graw Hill/Interamericana Editores S.A. de C.V.
- La Pulla. (2021, 21 de febrero). *Las clases virtuales son una farsa [Archivo de Vídeo]*. Youtube. <https://youtu.be/QjbQHpt7EBE>
- Paz, S. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana de España.
- Pereira, S., Fillol, J., & Moura, P. (2019). Young people learning from digital media outside of school: The informal meets the formal. *Comunicar. Media Education Research Journal*, 27(1).
- Scolari, C. (2018). *Adolescentes, medios de comunicación y culturas colaborativas. Aprovechando las competencias transmedia de los jóvenes en el aula*. Barcelona, España: Universidad Pompeu Fabra-Barcelona.
- Zapata-Cardona, L. (2016). ¿Estamos promoviendo el pensamiento estadístico en la enseñanza? *Segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*. Encuentro llevado a cabo en Bogotá, Colombia.
- Zapata-Cardona, L. (2018). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL*, 10, 30-39.



Dificultades de Estudiantes de Grado Noveno con la Mediana

Eliana Yineth Rodríguez

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

eyrodriguez@ut.edu.co

Viviana Marcela Rodríguez Capera

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

villanas8@gmail.com,

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

En este trabajo se estudian las dificultades que presentan los estudiantes de grado noveno en la comprensión de la mediana como medida de posición central, observando e identificando las confusiones que se generan al resolver una situación-problema que involucra el cálculo e interpretación de la mediana como medida de posición central. El objetivo de este trabajo es poder contribuir a la comprensión de las dificultades de estudiantes de grado noveno desde un enfoque ontosemiótico, realizando una descripción y clasificación de las dificultades en relación con los elementos del significado, definidos por Godino y colaboradores. A partir de la información obtenida mediante la aplicación del instrumento de evaluación con una situación problema se observa que algunos de los conflictos están relacionados con la definición de mediana, las propiedades asociadas, procedimientos de cálculo, entre otros.

Palabras clave: Mediana, enfoque ontosemiótico, medidas de tendencia central, dificultades.

Introducción

La estadística en la actualidad se ha venido desarrollando y ha tomado gran importancia en la educación, implementándose en los currículos de la educación básica debido al uso frecuente de datos y conceptos estadísticos en la vida cotidiana, así como en otras disciplinas, y a su papel en el desarrollo de un razonamiento crítico (Batanero, 2000). Se hace necesario indagar sobre las dificultades que presentan los estudiantes en conceptos estadísticos elementales (Batanero et al., 1994). Los estudiantes reconocen conceptos estadísticos y resuelven “ejercicios” como secuencias de operaciones matemáticas, pero se les dificulta interpretar los resultados, dado que no logran conectar sus conocimientos con situaciones reales ni cotidianas, por ende, carecen de sentido para ellos, llegando incluso a respuestas incoherentes.

Indagar sobre las dificultades de los estudiantes en las medidas de tendencia central en nuestro contexto específicamente en la mediana, un concepto que puede resultar difícil para los alumnos, por estar relacionados con el razonamiento proporcional y las ideas de orden y distribución que con frecuencia causan conflictos de comprensión a los alumnos (Cobo y Batanero 2000). Planteamos ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de la institución educativa Simón Bolívar (Ibagué - Colombia) cuando resuelven situaciones-problema relacionados con la mediana? Nos centraremos en alumnos de grado noveno.

Desarrollo de la Comunicación

Los investigadores en educación matemática han venido indagando sobre la enseñanza y aprendizaje de conceptos estadísticos desde hace varias décadas, aportando explicaciones y propuestas metodológicas para enriquecer el currículo de matemáticas, contribuyendo a profesores y estudiantes a identificar y a entender dificultades de diversa naturaleza y, a su vez, a fortalecer procesos del pensamiento matemático relacionados con el planteamiento y resolución de problemas, como, por ejemplo, los asociados a las medidas de tendencia central, entre ellos la mediana.

Entre los investigadores más destacados sobre la mediana está la doctora Carmen Batanero de España, que ha publicado varios artículos con otros colaboradores incluso de México (Batanero et. al., 1994; Batanero y Cobo, 2000; Batanero, 2000; Mayén et al., 2009). A continuación, describiremos algunos de los hallazgos encontrados en torno a la enseñanza y aprendizaje de la mediana.

Batanero et al. (1994) realizan una recopilación de resultados de varias investigaciones sobre las dificultades y errores de los estudiantes en conceptos elementales de estadística; aquí encontraron que, en relación con los estadísticos de orden, la mediana es la que presenta las mayores dificultades tanto a nivel conceptual como procedimental. Así mismo, Batanero y

Cobo (2000) presentan un análisis conceptual y didáctico de la mediana con el fin de estimar el nivel de dificultad que pueden presentar los estudiantes de secundaria la enseñanza y aprendizaje de este concepto. En Latinoamérica, Mayen et al. (2000) realizaron un estudio con estudiantes mexicanos de secundaria y bachillerato, analizando las respuestas a un problema sobre la mediana. Basados en un enfoque ontosemiótico clasificaron las dificultades en representacionales, conceptuales, procedimentales, argumentativos y asociados a las propiedades, encontrando que cuando un conjunto de datos es pequeño a los estudiantes les resulta sencillo calcular la mediana, pero les resulta difícil distinguir la mediana como la mejor opción, confirmando resultados de otras investigaciones que sugieren que los estudiantes – incluso docentes– no consideran a la mediana como el mejor representante de un conjunto de datos.

El Enfoque Ontosemiótico

Elementos de significado de un concepto matemático. Batanero (2000), afirma que el significado de un objeto matemático no se reduce a conocer definiciones y propiedades si no que incluye el reconocimiento de todas sus representaciones y otros aspectos. En particular, sostiene que el significado de las medidas de tendencia central tiene un carácter complejo que involucra una variedad de “elementos”: extensivos (campo de problemas de donde surge el objeto), actuativos (prácticas empleadas en la solución de problemas), ostensivos (notaciones, gráficos, palabras y en general todas las representaciones del objeto abstracto), intensivos (definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos) y validativos (demostraciones que empleamos para probar las propiedades del concepto y que llegan a formar parte de su significado y los argumentos que empleamos para mostrar a otras personas la solución de los problemas).

Clasificación de las dificultades. Mayén et al. (2009) explican la noción de dificultad desde la idea de función semiótica, definida como una correspondencia entre un objeto matemático y su significado mediante una regla de correspondencia asignada por el estudiante. Así que un concepto puede haber múltiples funciones semióticas, pues diferentes estudiantes pueden asociar significados diferentes a un mismo concepto. Esta diversidad de funciones semióticas origina el denominado conflicto semiótico que Godino et al. (2007) define como “las interpretaciones de expresiones matemáticas por parte de los estudiantes que no concuerdan con las pretendidas por el profesor e investigador” (p. 78); estas diferentes interpretaciones de un concepto que generan errores en los alumnos no se deben a la ausencia de conocimiento sino a relaciones inadecuadas entre los dos términos de la función semiótica. En este trabajo, siguiendo a Mayen et al. (2009) entenderemos dificultad como aquellas relacionadas con los conflictos semióticos que presenten los estudiantes en relación con la mediana.

La Mediana como Concepto de la Estadística

Definición de la mediana. Canavos (1988, p. 75) define la mediana de la siguiente forma:

Para cualquier variable aleatoria X , se define la mediana $x_{0.5}$ de X , para ser:

$$\begin{aligned} P(X < x_{0.5}) &\leq \frac{1}{2} & \text{y} & & P(X \leq x_{0.5}) &\geq \frac{1}{2} & \text{si } X \text{ es discreta, o} \\ P(X < x_{0.5}) &= \frac{1}{2} & & & & & \text{si } X \text{ es continua} \end{aligned}$$

Si existe uno de estos valores X , entonces $x_{0.5}$ recibe el nombre de mediana de la distribución X . La mediana es una media de tendencia central, en el sentido de que es el valor para el cual la distribución de probabilidad se divide en dos partes iguales.

La Mediana como Concepto en el Currículo y la Didáctica

En los referentes curriculares. Los *Lineamientos Curriculares de matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional, 1998) estructuran los conocimientos básicos de la matemática escolar en cinco pensamientos (numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio), incluyendo las medidas de tendencia central como la mediana dentro del pensamiento aleatorio. Dichos lineamientos son el punto de partida para la definición de aprendizajes por grupos de grados detallados en los *Estándares Básicos de Competencias* (Ministerio de Educación Nacional, 2006), de los cuales a continuación se enuncian aquellos asociados con medidas de tendencia central, donde se puede observar que la mediana se incluye en el grupo de grados 4°-5°.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Tabla 1. Estándar Básico de Competencia

Grupo de grados	Estándar Básico de Competencia
Primero a tercero	Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.
Cuarto a quinto	Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.
Sexto a Séptimo	Uso medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.
Octavo a noveno	Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explicito sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría
Decimo a undécimo	Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).

Fuente: Elaboración propia

Un referente curricular adicional son los Derechos Básicos de Aprendizaje (Ministerio de Educación Nacional, 2016) donde se precisan los aprendizajes para cada grado de 1° a 11°. Aquí la mediana aparece desde el grado 5°, enunciado el aprendizaje de la siguiente forma:

“Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos” (p. 43).

En los textos escolares. El Ministerio de Educación Nacional en su proyecto de Jornada Única ha dotado a los colegios desde 2017 con textos escolares, donde la colección de matemáticas llamada Vamos a Aprender va de 1° a 11°. En estos textos se revisó la definición de mediana y se seleccionó para este trabajo la que aparece en Vamos a Aprender matemáticas 7° (Gil et al., 2017) porque describe tanto el algoritmo de cálculo en el caso de número de datos par como de datos impar, y es la que usarán los estudiantes para resolver el la situación-problema del instrumento que planteará este trabajo.

El valor central de un grupo ordenado de datos se denomina mediana. La mediana divide los datos en dos partes porcentualmente iguales y en algunos casos no es el valor de ninguno de los datos dados.

Para hallar la mediana se elabora una lista ordenada de los datos y se establece la posición de cada uno.

Si la lista tiene un número impar de datos, la mediana corresponde al dato que ocupa la posición central.

Cuando la lista tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos que ocupan las posiciones centrales.

Metodología

Este trabajo, que está orientado a estudiar qué dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven situaciones-problema relacionados con la mediana, tiene un enfoque metodológico cualitativo de tipo descriptivo e interpretativo, ya que implica la descripción de las dificultades comprendiendo las acciones e ideas de los estudiantes. Se hará un estudio de casos, con el fin de ahondar en el análisis de la información recopilada.

Descripción de la población y muestra

La población de estudio son los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Simón Bolívar de Ibagué-Colombia, de donde se seleccionarán los estudiantes para el estudio de casos. La institución está ubicada en la zona urbana de Ibagué, atiende alrededor de 1.000 estudiantes de preescolar a 11°. Académicamente, según las pruebas Saber 11° de 2020, se ubica en nivel B (las categorías son A+, A, B, C y D), que corresponde a un

rendimiento académico medio. El grado noveno de donde se obtuvo los resultados contaba con 31 estudiantes, (14 hombres y 17 mujeres) de edades entre 14 y 17 años.

Instrumento

Condiciones de aplicación. Debido a la emergencia sanitaria por COVID 19 que conllevó a que la institución educativa trabajara de manera virtual la prueba fue aplicada a los estudiantes por medio de una socialización del instrumento por la plataforma ZOOM y luego se envió a todo el grupo vía WhatsApp, se les dio un tiempo de cinco días para contestarlo y enviar las respuestas al WhatsApp privado de la docente o cargarlas en la plataforma classroom.

Se aplicó un cuestionario diseñado a partir de la adaptación de Cobo (2003), el objetivo era estudiar qué dificultades presentan los estudiantes cuando resuelven situaciones-problema relacionados al cálculo de la mediana en un conjunto de datos con número impar y par de elementos, además la percepción del concepto cuando existen datos atípicos. En el instrumento la situación problema enuncia a un grupo de estudiantes que harán parte de la liga infantil de fútbol y donde se solicita algunos datos personales, para lo cual solo se tendrá en cuenta la variable peso y se abordarán cuatro preguntas para su respectivo análisis. De los 31 estudiantes se recogieron 25 cuestionarios.

Análisis de Resultados

Se relaciona los resultados que obtuvimos de la aplicación del instrumento. En la primera pregunta se les pedía a los estudiantes que calcularan el valor de la mediana del peso de 9 personas y además se les solicitaba nombrar a este el dato como “peso mediano” y a la persona asociado a este valor como el “jugador mediano”. Se sugería a los estudiantes realizar el cálculo de la mediana para un número de datos impar, ordenando los pesos de los jugadores de menor a mayor y ubicar el dato central. Observamos que los estudiantes para esta primera pregunta escogen el dato central como mediana pero se les olvida ordenar los datos, donde queda en evidencia que comprende el estado de centro pero no lo asocia con el orden numérico de los datos, en otras respuestas dadas a esta primera pregunta evidenciamos que los alumnos ordenaron los valores de menor a mayor pero presentaron dificultad para identificar el peso mediano ya que aplicaron el algoritmo de cálculo de la media, y no ubicaron el dato central de la distribución, dejando en evidencia que no diferencian entre algoritmos de cálculo de las medidas de tendencia central. Otra de las dificultades encontradas para esta primera pregunta se presentó cuando los estudiantes sumaron los dos datos centrales luego de ordenarlos sin tener en cuenta la diferenciación entre el algoritmo de cálculo entre un número par e impar de datos.

Si revisamos el apartado tres donde se incorpora un nuevo elemento que corresponde al peso de un nuevo integrante al grupo de personas, este valor es atípico ya que comparado con el peso de los demás integrantes de la liga de futbol es desproporcionado. Este nuevo dato agregado convierte en par el número de elementos del conjunto de datos, y, para efecto del cálculo, al ordenar los datos encontramos dos elementos centrales por lo tanto requiere de la aplicación del algoritmo que consiste en obtener la media de los dos valores centrales y tomar este valor como la mediana del conjunto de datos. En nuestro caso los dos datos centrales son iguales y al calcular la media de estos dos valores se obtiene nuevamente el mismo valor, en la solución de esta pregunta observamos que los estudiantes utilizan la media en lugar de la mediana, o no ordenan los datos, repitiendo los conflictos del caso anterior, al preguntar por el valor de la mediana cambiando este último dato por valores aún mayores o menores y cuestionar si existe algún cambio en el valor de la mediana, los estudiantes desconocen la propiedad numérica de esta medida que es invariante si se disminuye una observación inferior a ella o si se aumenta una superior.

La pregunta reflexiva sobre si la media es el mejor representante de los 10 datos y solicita su debida justificación. Los estudiantes aplicaron la definición de media como algoritmo pero no concluyeron si este era el mejor representante de los datos; esto nos indica no conocen que esta medida no es resistente cuando se presentan valores atípicos en el conjunto de datos, sin poder concluir que el mejor representante de los 10 datos es la mediana ya que la media se verá afectada por el valor atípico de 43 kilogramos arrojándonos un peso medio de 22,2 kilogramos cuando el peso representativo es de 19 kilogramos ya que el 50 % de los valores está por encima y debajo de este peso.

Conclusiones

Aunque hemos encontrado trabajos de investigación sobre el manejo y comprensión de las medidas de posición central en otros países, los trabajos referentes a la mediana siguen siendo escasos, aunque se nota una preocupación por abordar investigaciones que ayuden en la incursión del conocimiento que ayuden a la comprensión de este concepto.

Al existir distintos métodos de cálculo, como numerosas propiedades y relaciones con otros conceptos estadísticos, hacen que el estudio de la mediana en los estudiantes sea más complejo de lo que pueda parecer a simple vista. Por esto presentan dificultades en cuanto a su comprensión y el análisis que realizan después del cálculo de la misma además del poco conocimiento que poseen de sus propiedades.

Una de las dificultades más relevantes encontradas en la investigación es la confusión y la poca diferenciación que existe entre el concepto de las medidas de tendencia central media y la mediana.

Referencias

- Batanero, C. (2000). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. Uno: Revista de Didáctica de matemáticas, 25, 41-58
- Batanero, C., Godino, J. D., Valencillos, A., Green, D. R. y Holmes, P. (1994). *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*. http://www.cvrecurso didacticos.com/web/repository/1293459041_erroresestadis.pdf
- Canavos, G. (1988). *Probabilidad y Estadística*. México: Ed. McGraw-Hill.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* (Doctoral dissertation, Tesis Doctoral. Universidad de Granada). <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>
- Cobo, B. y Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo? Uno: *Revista de Didáctica de matemáticas*, 23, 85-96. <https://www.researchgate.net/profile/Carmen->
- Gil, L., Roldan, D., Malagón, J., Vargas, D., y Peña, L. (2017). *Vamos a Aprender Matemáticas 7*. Bogotá: Ediciones SM.
- Mayén, S., Batanero, C., y Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Revista Latinoamérica de Investigación en Matemática Educativa* 12(2), 151-178. [https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8\(2\)_Mayen.pdf](https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8(2)_Mayen.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. V2. Bogotá: MEN.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica





El Problema de la Secretaria: un Reto a Todo Nivel

Guiovanny Alberto Segura
Bucaramanga-Colombia
segura_yoze@hotmail.com

Tulia Esther Rivera Flórez
Bucaramanga-Colombia
trivera@uis.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

Dentro de la colección de enunciados denominada problemas clásicos de probabilidad existen varios que gozan de gran popularidad como es El problema del cumpleaños, Monty Hall, El dilema del prisionero principalmente. No obstante, existen otros enunciados igual de interesantes y retadores que hacen parte de esa colección como lo es el Problema de la Secretaria. El objetivo de este trabajo es hacer difusión de este problema e invitar a los profesores de Matemática y Estadística a considerar sus diferentes enfoques de solución y el potencial didáctico que una actividad basada en él nos puede aportar.

Palabras clave: Problemas clásicos de probabilidad, Optimización probabilística, Problemas de toma de decisión

Introducción

El problema de la secretaria es un problema clásico de probabilidad del cual no se tiene seguridad en su origen, Ferguson (1989), describe algunos indicios en su investigación sobre quien resolvió el problema de la secretaria; como primera fuente escrita se menciona a

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

Gardner (1960), quien lo publicó en su columna del Scientific American, allí se atribuye el origen a Fox y Marnie. En ese mismo año, Moser y Mazo publican su solución en ese mismo diario y en 1963 se presentó como un problema en The American Mathematical Month, el relato de Ferguson continúa ilustrando otras soluciones y versiones que guardan relación con este problema.

El enunciado del problema, en una de las muchas versiones que se han propuesto desde hace más de seis décadas, dice lo siguiente:

Usted es el gerente de recursos humanos de una empresa y necesita contratar al mejor ejecutivo de entre un número determinado de candidatos. Puede entrevistarlos uno por uno, en orden aleatorio. Sin embargo, la decisión de nombrar o rechazar a un solicitante en particular debe tomarse inmediatamente después de la entrevista. Si nadie ha sido aceptado antes del final, se elige al último candidato. ¿Qué estrategia utilizarías para maximizar las posibilidades de contratar al mejor candidato?

Como se puede percibir, no es un problema tradicional de cálculo de probabilidades, es un problema de toma de decisión en el cual la dificultad radica en que hay que proponer una regla de parada óptima o visto de otro modo es problema de maximización probabilística.

Desarrollo de la Comunicación

Aunque este problema fue resuelto hace décadas y existen incluso varias versiones su consideración en un aula de clase puede ser muy fructífera en el desarrollo del pensamiento combinatorio y de formulación de estrategias de decisión, por ello Nuestro objetivo aquí es resaltar el potencial didáctico que radica en que dada la complejidad en su solución, el resolutor deberá recurrir al uso de diferentes estrategias gráficas, técnicas de conteo, acercamiento inductivo y finalmente la representación algebraica que haga viable una generalización. Otra solución puede hallarse en Duso (2020).

Acercamiento Inductivo

Para tener una idea un poco más clara de este problema y de la estrategia que se podría usar para la solución analítica se presenta el caso particular de tres candidatos al cargo de ejecutivo. Supongamos que los candidatos se clasifican según su puntaje de aptitud para el cargo de ejecutivo, como se muestra en la Figura 1.

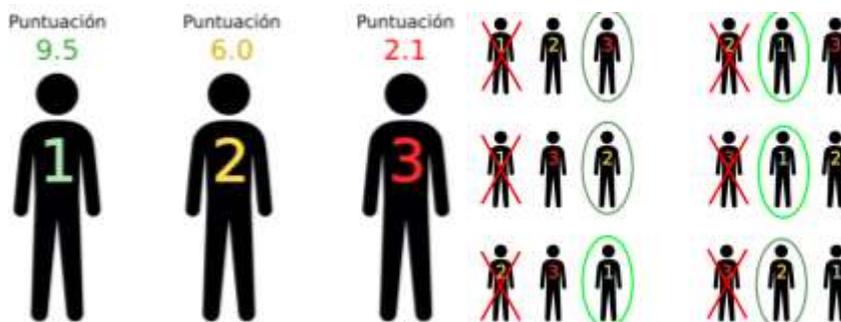


Figura 1. Clasificación según su puntaje de aptitud para el cargo de ejecutivo

Algo que resulta evidente es que, si elegimos de manera aleatoria a uno de los tres candidatos, la probabilidad de tener éxito es de $1/3$, con lo cual el problema consiste en diseñar una estrategia que logre aumentar esa probabilidad de éxito; con ese propósito, podríamos empezar a probar diferentes criterios, por ejemplo, descartar siempre al primer candidato entrevistado y elegir al siguiente candidato que tenga mejor puntuación que el primer candidato.

Como se aprecia en la Figura 1, de las seis posibles maneras de ordenar la entrevista de estos tres candidatos, hay tres maneras de tener éxito, con lo cual la probabilidad de éxito cuando descartamos el primer candidato sin importar su puntuación es de $1/2$, lo cual da cuenta de una mejor estrategia que la elección aleatoria, pero conviene analizarla en un ámbito general.

Solución Analítica

Usando como base la solución particular anteriormente mostrada, se procede ahora centrando nuestro interés en la probabilidad de tener éxito cuando se descartan los primeros K candidatos teniendo N candidatos posibles, a esta probabilidad la denotaremos por $\beta(k_N)$. Luego de obtener la expresión que generalice esta probabilidad, se buscará el valor de k para un N dado, que optimice la probabilidad de éxito.

Construcción de la Expresión para $\beta(k_N)$

En el caso particular $N=3$, notamos que $k=1$ optimizó la probabilidad $\beta(k_N)$, pero, ¿cuál fue la expresión que usamos para detectar ese valor de k ?, intentaremos construirla a continuación, por medio de las técnicas de conteo:

Asumiendo que todas las secuencias de N candidatos son equiprobables y usando la regla Laplace:

$$\beta(K_N) = \frac{\# \text{ de veces en las que se elige al mejor candidato}}{\# \text{ de manera de ordenar los } N \text{ candidatos}}$$

Fácilmente podemos confirmar que el denominador es $N!$, para el numerador no encontramos el resultado de manera directa, por lo que requerimos de definir una notación para representar los N candidatos, sean estos $A_i, i=1,2,3,\dots,N$.

Supongamos que los candidatos clasificados según su puntaje se representan de la siguiente manera:

$$A_1 - A_2 - A_3 - \dots - A_{N-1} - A_N$$

Donde A_1 es el candidato con mayor puntaje, A_2 es el candidato con el segundo mejor puntaje y así sucesivamente hasta encontrar que A_N es el candidato con menor puntaje entre los N candidatos.

Definiremos ahora j para indicar la posición del mejor candidato e i para indicar el candidato que será entrevistado de primero. En la figura 2, se observa cómo usar la notación en mención

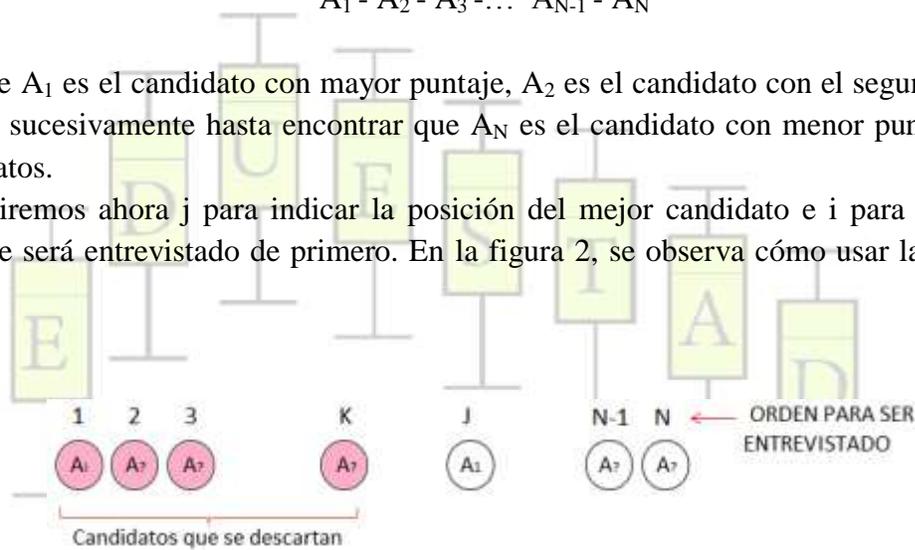


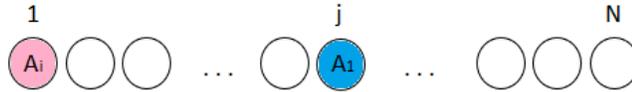
Figura 2. Uso de notación

Partiendo del caso particular más simple, veamos cómo calcular $\beta(k_N)$ cuando $K=1$.

$$\beta(k_N): \frac{P(j=1) + P(j=2) + P(j=3) + \dots + P(j=N)}{N!} \quad (1)$$

Resulta obvio que $P(j=1) = 0$, ya que, cuando se descarta al primer entrevistado y el primer entrevistado es el que tiene mejor puntaje, no habrá éxitos.

Ahora, para $P(1 < j \leq N)$ consideremos la figura 3:



Al descartar al primer candidato, las opciones se centran desde el segundo candidato en ser entrevistado. Para elegir al candidato j -ésimo en ser entrevistados es necesario que los candidatos ubicados desde las posiciones 2 a la $j-1$, deben estar clasificados por debajo del A_i según su puntaje, o sea, deben tener un puntaje menor al del primer candidato en ser entrevistado, de esta manera se elegiría al candidato A_i , lo cual nos representaría un éxito.

Como el número de candidatos que tienen menor puntaje que A_i son $N-i$, se permutan $N-i$ de $j-2$. Con $2 \leq i \leq N-j+2$. Cada una de las permutaciones ${}_{N-i}P_{j-2}$ se multiplican por el número de formas en las que se pueden ordenar los candidatos que se ubican en las posiciones $j+1$ hasta N , es decir, ${}_{N-j}P_{N-j} = (N-j)!$ A continuación, la expresión que resume esto:

$$P(j=?) = (N-j)! \sum_{i=2}^{N-j+2} (N-i)^{j-2} \text{ para } 1 < j \leq N \quad (2)$$

Veamos ahora cómo simplificar esta expresión, para calcular más fácil a $\beta(k_N)$.

$$P(j=2) = (N-2)! \sum_{i=2}^N (N-i)^0 = (N-2)! (N-1) = (N-1)!$$

$$P(j=3) = (N-3)! \sum_{i=2}^{N-1} (N-i)^1 = (N-3)! [(N-2) + (N-3) + \dots + 2 + 1]$$

Esta suma de $N-2$ números consecutivos se resume en:

$$[(N-2) + (N-3) + \dots + 2 + 1] = \frac{(N-2)(N-1)}{2} * (N-1) = \frac{(N-2)(N-1)}{2}$$

Entonces,

$$P(3) = (N-3)! \sum_{i=2}^{N-1} (N-i)^1 = (N-3)! \left[\frac{(N-2)(N-1)}{2} \right] = \frac{(N-1)!}{2}$$

Probemos ahora que, $P(4) = \frac{(N-1)!}{3}$

$$P(4) = (N-4)! \sum_{i=2}^{N-2} (N-i)^2 = (N-4)! [(N-2)(N-3) + (N-3)(N-4) + \dots + 2 * 1]$$

Para simplificar, denotamos:

$$a = (N-2)(N-3) + (N-3)(N-4) + \dots + 2 * 1.$$

Se tiene que: para qué se definen estos b

$$b_0 = (N-1)(N-2) = (N-2)(N-3) + 2(N-2)$$

$$b_1 = (N-2)(N-3) = (N-3)(N-4) + 2(N-3)$$

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

$$b_2 = (N-3)(N-4) = (N-4)(N-5) + 2(N-4).$$

$$b_{N-3} = (2)(1) = (1)(0) + 2(1)$$

Entonces, ¿para qué?

$$b_0 = b_1 + 2(N-2)$$

$$b_0 = b_2 + 2(N-3) + 2(N-2)$$

$$b_0 = b_3 + 2(N-4) + 2(N-3) + 2(N-2)$$

$$b_0 = b_{N-3} + 2(2) + 2(3) + \dots + 2(N-3) + 2(N-2) \text{ y como...}$$

$$a = b_1 + b_2 + \dots + b_{N-3}$$

Para “convertir” cada uno de los b_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots, N-3\}$) fue necesario sumarles $2(N-2)$ a cada uno de ellos, o sea que se suma $(N-3)$ veces, $2(N-3)$ se sumó $(N-4)$ veces, de manera secuencial hasta sumar $2(2)$ una sola vez.

$$\begin{aligned} & a + 2(N-2)(N-3) + 2(N-3)(N-4) + \dots + 2(2)(1) \\ &= b_1 + b_2 + \dots + b_{N-3} + 2(N-2)(N-3) + 2(N-3)(N-4) + \dots + 2(2)(1) \\ & a + 2(N-2)(N-3) + 2(N-3)(N-4) + \dots + 2(2)(1) = b_0(N-3) \\ & a + 2[(N-2)(N-3) + (N-3)(N-4) + \dots + (2)(1)] = b_0(N-3) \\ & a + 2[b_1 + b_2 + \dots + b_{N-3}] = b_0(N-3) \\ & a + 2a = (N-1)(N-2)(N-3) \\ & 3a = (N-1)(N-2)(N-3) \end{aligned}$$

$$a = \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{3}$$

Por último, se tiene que

$$P(4) = (N-4)! \frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{3} = \frac{(N-1)!}{3}$$

De manera análoga podemos seguir, y encontrar que $P(j) = \frac{(N-1)!}{j-1}$, con $1 < j \leq N$. Esto significa que el último término de la sumatoria es:

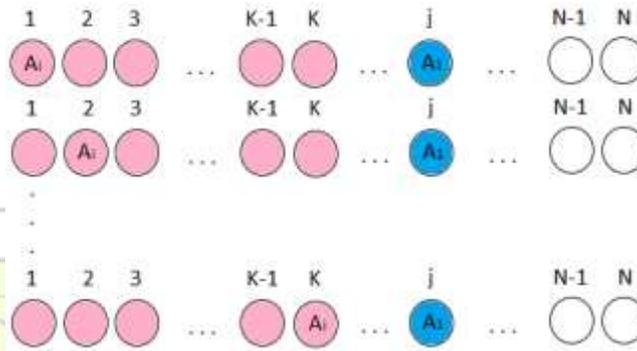
$$P(N) = (N-N)! \sum_{i=2}^2 {}_{N-2}P_{N-2} = 0! \frac{(N-2)!}{0!} = (N-2)! * \frac{(N-1)}{(N-1)} = \frac{(N-1)!}{(N-1)}$$

Por este resultado y por (1) cuando $k=1$

$$\begin{aligned} \beta(kN) &= \frac{0 + (N-1)! + \frac{(N-1)!}{2} + \dots + \frac{(N-1)!}{(N-1)}}{N!} \\ &= \frac{(N-1)! \left[1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{(N-1)} \right]}{N!} \quad (3) \end{aligned}$$

Este resultado nos ayuda, a responder la pregunta; ¿qué sucede cuando $1 < k < N$? Usando la representación gráfica será de ayuda como hemos hecho en el caso de $k=1$.

Anteriormente consideramos A_i , el primer candidato en ser entrevistado, pero ahora lo consideraremos como el mejor clasificado entre los primeros k entrevistados, es decir, el mejor clasificado entre los candidatos descartados. Como se observa en la **figura 4** A_i puede ocupar cualquiera de las primeras k posiciones y de manera similar en el caso $k=1$, es necesario que desde los candidatos ubicados en $k+1$ hasta $j-1$ tengan un menor puntaje que A_i .



La probabilidad para cualquier k se calcula también con (3) haciéndole algunas modificaciones; La primera es se debe multiplicar por k , ya que, A_i puede ubicarse en k posiciones diferentes y sigue proporcionándonos la misma probabilidad, la segunda es que la sumatoria en (2) solo es posible si $j > k$, porque cuando $j \leq k$ $P(j)=0$

Por lo mencionado, se concluye que:

$$\begin{aligned}
 &= k * \frac{(N-1)! \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{(N-1)} \right]}{N!} = k * \frac{(N-1)! \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{(N-1)} \right]}{(N-1)! * N} \\
 &= \frac{k}{N} * \frac{(N-1)! \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{(N-1)} \right]}{(N-1)!} = \frac{k}{N} \left[\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{(N-1)} \right] \\
 \beta(kN) &= \frac{k}{N} \sum_{j=k}^{N-1} \frac{1}{j} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Optimización de $\beta(k_N)$

El resultado mostrado en (4) podemos verlo como una aproximación de Riemann y posteriormente escribirla como una integral definida.

Primero hagamos a N arbitrariamente grande ($N \rightarrow \infty$) y establecemos a $x = \frac{k}{N}$, y a $t = \frac{j}{N}$ reemplazando en (4)

$$P(x) = x \int \frac{1}{j} * \frac{N}{N} = x \int \frac{N}{j} * \frac{1}{N} = x \int \frac{1}{t} * dt$$

Para definir esta integral es necesario tener en cuenta los límites de la sumatoria en (4) el menor valor posible para j es k y el mayor valor es $N-1$, entonces

$$P(x) = X \int_{\frac{k}{N}}^{\frac{N-1}{N}} \frac{1}{t} * dt$$

Como $N \rightarrow \infty$, entonces $\frac{N-1}{N} \rightarrow 1$

$$P(x) = x \int_x^1 \frac{1}{t} * dt = x * [\ln(1) - \ln(x)] = -x \ln(x) \quad (5)$$

Hemos reescrito (4) en (5) de esta manera resulta más fácil optimizar la probabilidad, para eso debemos hallar el valor de x que optimiza $P(x)$, para esto hallamos $P'(x)$, y encontramos las raíces de dicha expresión:

$$P'(x) = -\ln(x) - 1 = 0$$

$$\ln(x) = -1 \text{ entonces, } x = \frac{1}{e}; \text{ reemplazando la sustitución de } x \text{ se tiene}$$

$$\frac{k}{N} = \frac{1}{e} \text{ entonces, } k = \frac{N}{e}$$

Este resultado, responde a la pregunta ¿Cuántos candidatos deben descartarse cuando se presentan N candidatos? Y la respuesta es aproximadamente los primeros N/e candidatos que se entrevisten.

Consideraciones Didácticas

Este tipo de problemas son ideales no solo desarrollar las competencias relacionadas con resolución de problemas, también brinda una gran oportunidad para desarrollar nuevas heurísticas en problemas de conteos. Consideramos que este problema es adecuado para trabajarse con estudiantes de secundaria sin pretender lograr la generalización mostrada anteriormente, el sólo trabajo con diferentes escenarios, iniciando con valores de N pequeños y poniendo a prueba diferentes criterios de decisión, para los cuales se calcula su probabilidad de éxito sería más que satisfactorio. Otra opción a explorar es la solución vía simulación, la cual requiere sólo de un mecanismo que genere diferentes órdenes de llegada de N candidatos y poner a prueba un criterio de selección.

Descontando el artificio matemático, la solución anterior se logró en gran medida a encontrar una buena representación gráfica del problema, y aunque la representación gráfica no es la única forma de interactuar con el mundo de las matemáticas, sí permite desarrollar procesos que resultarán muy útiles para desencadenar otro tipo de desarrollos en el ámbito analítico.

Conclusiones

Los problemas clásicos de probabilidad nos aportan un escenario ideal para poner a prueba toda nuestra capacidad como resolutores de problemas por lo cual conviene seguirlos acogiendo en nuestras propuestas curriculares. En el caso del problema de la secretaria, si bien el lector considera que nunca estará en la posición de jefe de personal seleccionando al mejor empleado, la vida real si nos enfrenta a ciertos procesos de toma de decisión que operan de manera semejante: escoger la mejor opción de vivienda o el mejor empleo por citar algunos, conocida la solución, todos tenemos un insumo adicional para hacer una elección más racional.

Finalmente, este tipo de problemas son tierra fértil para que los estudiantes puedan motivarse, despertar la curiosidad, poner en juego presaberes, desarrollar habilidades para manejar representaciones matemáticas y recrear conceptos tan rígidos como son las técnicas de conteo.

Referencias

- Duso, L. (2020, 10 de septiembre). *Math-based decision making: The Secretary problem*. <https://www.cantorsparadise.com/math-based-decision-making-the-secretary-problem-a30e301d8489>
- Ferguson, T. (1989). Who Solved the Secretary Problem? *Statistical Science*, 4(3), 282-296.
- Gardner, M. (1960). Mathematical games. *Scientific American*, 202(5), 174-188. <https://www.jstor.org/stable/24940486>





El Juego “Cierra la Caja” como Herramienta para Evaluar Pensamiento Probabilístico

Emmi Marleibi Calderón Díaz

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
emmi-6517@hotmail.com

Maileen Julissa Hoyos Castellanos

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
maihoyos@outlook.es

Tulia Esther Rivera Flórez

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
trivera@uis.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Grupo de Investigación en Educación Estocástica

Resumen

Este trabajo se basa en un análisis de las formas de razonamiento y estrategias de juego de un grupo de estudiantes universitarios que aún no habían recibido instrucción en temas de probabilidad en sus carreras. La información para analizar provino de un cuestionario que se aplicó tras interactuar con un juego de mesa poco común en nuestro medio denominado Cierra la caja. La evaluación de las respuestas dadas nos permitió evidenciar la presencia recurrente de sesgos ampliamente reportados en la literatura como son el sesgo de equiprobabilidad y concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias, desafortunadamente no se pudo evidenciar información relevante que nos permitiera concluir sobre las heurísticas empleadas para la formulación de estrategias de juego.

Palabras clave: Sesgos en el razonamiento probabilístico, Construcción de estrategias de juego, Juegos de mesa con trasfondo probabilístico.

Introducción

Infortunadamente a pesar de que la formación en probabilidad se ha ganado un espacio en los currículos a nivel mundial, las investigaciones donde se pone a prueba la capacidad de razonar en ambientes de incertidumbre siguen dando cuenta de diversas dificultades en esta dimensión de pensamiento, en esta línea como principal referente en el ámbito iberoamericano se encuentran el Grupo de Investigación en Educación Estadística de la Universidad de Granada, dentro de su valiosa producción intelectual hemos considerado los trabajos de Serrano et al. (1998), Díaz et al. (2012) y Díaz (2003), advirtiendo que es escasa la literatura en el ámbito latinoamericano y nacional. En particular, Serrano y otros (1998) muestran una evaluación al razonamiento probabilístico de dos grupos de estudiantes de secundaria que difieren en cuanto a la edad y por ende en la instrucción formal en probabilidad recibida previo a la actividad. Los resultados a analizar corresponden a la aplicación de una prueba diseñada por los autores a partir de ítems utilizados en otras investigaciones para evaluar errores en el razonamiento, lo novedoso del trabajo en mención es que adicionaron el análisis de las justificaciones a las respuestas dadas para profundizar en las concepciones sobre fenómenos aleatorios, la detección de presencia de más de un sesgo por individuo e interrelación entre errores al comparar sus razonamientos.

De otro lado, otro insumo importante que nos permitió orientar el análisis de datos lo encontramos en Echeverría (1990, citado por Batanero, 1998) quien afirma que el razonamiento probabilístico está fuertemente relacionado con el campo de la psicología, ya que indaga sobre las formas en que un sujeto toma decisiones en ambientes de incertidumbre, también postula que la manera en que se debe analizar el razonamiento de un sujeto al momento de emitir una decisión debe incluir las teorías cognitivas y de procesamiento de la información las cuales se basan en el análisis de heurísticas, entendidas estas como reglas o estrategias a las que recurren las personas para reducir el nivel de incertidumbre al enfrentarse a situaciones inciertas, por lo cual el análisis de estos recursos informa sobre los sesgos más comunes que se generan en procesos de toma de decisiones.

Debido a la situación de emergencia sanitaria actual, como nunca antes los profesores hemos tenido que apoyarnos en el uso de tecnologías de información y comunicación (TIC) para tener un mejor desempeño en las aulas virtuales; claramente, desde antes de la pandemia la incorporación de nuevas tecnologías en el aula había mostrado ser de gran ayuda pero en el ámbito de la enseñanza de Probabilidad y Estadística el uso de este tipo de recursos se tornan en indispensables ya que son estas las que nos permiten mostrar la esencia misma de estas disciplinas que es la variabilidad y adoptar un enfoque activo en las clases donde cada participante puede: explorar experimentos, generar y validar conjeturas, simular experimentos,

construir y comparar diferentes formas de representación y en general recolectar los datos necesarios que apoyen sus conclusiones. En esta línea de acción, a continuación, se describen las fases metodológicas y el análisis de respuestas que se desarrollaron en el marco de un proyecto de clase del curso Didáctica de la probabilidad y la estadística, toda la estrategia debió ser adaptada a un entorno virtual, incluyendo la programación del juego de mesa *Cierra la caja*.

Desarrollo de la Comunicación

Marco Conceptual

A continuación, brevemente se describen los sesgos que se preveía eran susceptibles de ser observados a partir del juego presentado a partir de los estudios mostrados en Díaz (2003) y Serrano et al. (2008).

La heurística de la representatividad: se caracteriza por no tomar en cuenta el tamaño de muestra y por ende desconocer la variabilidad en los resultados debida al muestreo al momento de concluir a nivel poblacional. El uso de esta forma incorrecta de razonar conduce a dos sesgos conocidos como Insensibilidad al tamaño de muestra y concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias. El primero se atribuye a un mal uso de la ley de los grandes números porque no toma en consideración el número de repeticiones que garantiza la convergencia en el valor de un parámetro y el segundo se formula en términos de la evaluación que se hace a partir de una racha corta de resultados, como ejemplos para ilustrar su presencia está la llamada falacia del jugador y el considerar las secuencias relativas ordenadas como no aleatorias.

Sesgo de equiprobabilidad: este sesgo se refiere a la creencia errónea de que todos los eventos de cualquier experimento aleatorio tienen la misma probabilidad de ocurrir y por ende siempre se aplica la regla de Laplace para asignar probabilidades. Aunque la causa de este error puede deberse a falencias en el razonamiento combinatorio también es posible que haya una percepción errada de que todo lo que es mediado por el azar es equiprobable.

Resultado aislado: Se caracteriza porque el individuo justifica los resultados inesperados utilizando relaciones causales con otros factores diferentes a lo aleatorio incluyendo el uso de argumentos subjetivos en cambio de la información frecuencial.

Metodología de Investigación

Para el desarrollo de este proyecto de clase y dados los inconvenientes de salud pública vividos en 2020 se optó por trabajar con una muestra de voluntarios, para los cuales sólo se controló el factor instrucción formal previa en conceptos de probabilidad. La información que se analizará proviene de 8 estudiantes de primer semestre de Licenciatura en Matemáticas en

la Universidad Industrial de Santander, su rango de edades oscila entre los 17 y 18 años y sin formación en temas de probabilidad durante el bachillerato. El enfoque de investigación utilizado es cualitativo, ya que el análisis se basa en la descripción y análisis de las acciones y respuestas de cada estudiante al interactuar con un applet creado por las autoras para simular el juego *Cierra la caja*.

Descripción del Juego

En el juego *Cierra la caja tradicional* pueden participar dos o más jugadores, cada uno de ellos tiene un tablero con fichas etiquetadas del 1 al 9 y un par de dados. El juego consiste en poner boca abajo, cerrar, cada una de las fichas, lo cual se consigue a partir de la suma de puntos obtenidos al lanzar un par de dados, por ejemplo, si al lanzar los dados sale 5 y 2, el jugador debe elegir qué combinación de fichas debe bajar teniendo como premisa que la suma sea igual a 7, para este caso las posibilidades son: 7, 6-1, 5-2 o 4-3, luego vuelve a tirar los dados hasta lograr colocar boca abajo el mayor número de fichas; el juego continúa hasta que logre cerrar la caja, es decir voltear todas las fichas o hasta que la suma obtenida por el lanzamiento del par de dados no permita cerrar ninguna ficha.



Figura 1. Juego cierra la caja tradicional



Figura 2. Juego cierra la caja virtual

Teniendo en cuenta la emergencia sanitaria presentada a nivel mundial, y la realización de las actividades académicas por medio de plataformas virtuales, se vio la necesidad de

programar una versión virtual del juego por medio del lenguaje Visual Basic for Applications (VBA). En la *figura 2* se muestra nuestra versión del juego donde además se añadió un nuevo elemento, el histórico de los resultados obtenidos con los dados. El juego virtual obedece a la misma dinámica que el físico, las fichas cerradas son coloreadas de celeste y en consecuencia las que están en blanco son las que siguen participando del juego.

Fases de implementación

Como ya se ha mencionado, la actividad central de la investigación se centró en el uso del juego “cierra la caja” como mediador para evaluar tanto los procesos de toma de decisiones como los sesgos en el razonamiento probabilístico. La implementación incluyó tres momentos: *Interrogatorio sobre conocimientos previos*, *Interacción con el juego e Identificación de sesgos*. Cabe mencionar, que parte de las preguntas del cuestionario fueron tomadas del reporte de investigación de Velasco y Cote (2019).

Fase 1 - Interrogatorio sobre Conocimientos Previos

Consistió en la recolección de datos sobre conceptos probabilísticos que los participantes han estructurado en su recorrido académico, para ello se aplicó un cuestionario vía Google forms con las siguientes preguntas:

1. ¿Te gustan los juegos de mesa?
2. ¿Has jugado alguna vez un juego con dados? ¿Cuáles?
3. ¿Has observado cuáles son los posibles resultados al lanzar un par de dados?
4. ¿Al lanzar dos dados es más probable que un dado caiga (1,3) o (6,6)?

Fase 2 – Interacción con el Juego

Se compartió a los participantes la simulación del juego *Cierra la caja*, se les explicó en qué consistía el juego y se permitió explorarlo libremente durante un tiempo prudencial. Luego de dicha exploración se les preguntó a los participantes sobre qué estrategias usarían para ganar el juego y por qué podrían ser exitosas.

Fase 3 – Identificación de Sesgos

Para evaluar aspectos relacionados con el componente probabilístico del juego, se remitió el siguiente grupo de preguntas por medio de Google forms, cada una fue diseñada para identificar sesgos en el razonamiento probabilístico:

1. ¿Es posible cerrar completamente la caja? ¿Por qué?
2. ¿Cuál ficha crees que es la más posible de cerrar? ¿Por qué?
3. ¿Cuál ficha crees que es la menos posible de cerrar? ¿Por qué?
4. Entre los puntajes 7 y 8, ¿cuál salió más veces? ¿Por qué fue así?
5. ¿Qué puntaje es más probable de obtenerse, 7 o 12? ¿Por qué?
6. ¿Cuál puntaje es más probable que salga el 6 o 8? ¿Por qué?
7. ¿Cuál ficha es más probable de cerrar el 4 o 5? ¿Por qué?
8. ¿Es igual de probable obtener cualquier puntaje entre el 2 y el 12? ¿Por qué?

Conclusiones

A continuación, se presenta el análisis de resultados en base al marco conceptual en cuanto a sesgos en el razonamiento probabilístico presentado anteriormente.

En la primera fase titulada Interrogatorio sobre conocimiento previo, todos los participantes afirmaron haber jugado juegos de mesa donde se involucra el uso de dados, en la pregunta tres la cual tuvo como finalidad evidenciar si el participante tenía claro de antemano el espacio muestral que genera este experimento aleatorio, se observaron respuestas correctas que fueron presentadas en diferentes formatos principalmente la descripción verbal, por extensión o usando técnicas de conteo para indicar el total de sucesos posibles. Por otra parte, en la pregunta 4 que tenía como objetivo identificar si el estudiante reconocía la distribución de probabilidad asociada al experimento aleatorio en que se basa el juego (Ver Figura 3), 5 participantes aseguran que obtener (1,3) es igual de probable que obtener un doble seis pero 3 participantes responden que uno de los resultados es más probable que el otro. Debe aclararse aquí el papel que juega la redacción de la pregunta, puede ser que las personas interpretan “obtener un 1 y un 3” sin considerar el orden de aparición, con lo cual su respuesta es que (1,3) es más probable de ocurrir que (6,6).

Nombre	4. Al lanzar un par de dados es más probable obtener (6,6) o (1,3)
1	(6, 6)
2	(1, 3)
3	Son igual de probables
4	Son igual de probables
5	Son igual de probables
6	Son igual de probables
7	(1, 3)
8	Son igual de probables

Figura 3. Respuestas del grupo A1

En la segunda fase que se basaba en la interacción con el juego, se les dio las instrucciones del juego y se permitió a cada participante interactuar con la aplicación por un tiempo prudencial, luego se preguntó: *¿Qué estrategia usarías para ganar el juego? ¿Por qué?* Ante esto respondieron que era casi imposible cerrar la caja, otros mencionaron que

necesitaban más tiempo para definir una estrategia de juego, en consecuencia, no se logró evidenciar información susceptible de ser analizada en cuanto al diseño de una estrategia de juego. Como insumo básico para responder a esta pregunta se considera que un jugador debería analizar los dos componentes que propone el juego, por un lado, está el comportamiento de las sumas producidas al lanzar los dados y de otro lado están las formas de producir esas sumas, pero con las fichas del juego como se ilustra en la siguiente tabla:

Una primera inspección de la tabla debería identificar algunos insumos básicos en pro de una estrategia, por ejemplo, qué hacer con el 2 y el papel estratégico que juega el 1 ya que permite conformar 4 de las sumas más probables. Otra estrategia que convendría evaluar es concentrarse en encontrar cómo conformar las sumas más probables, olvidándose entonces de los resultados menos probables, es decir del 2,3,4 10,11 y 12, advirtiendo que el número de repeticiones del lanzamiento del dado en una sesión de juego puede no ser tan grande como para garantizar el cumplimiento de la ley de probabilidad.

La tercera fase llamada *Identificación de sesgos*, se basó en el análisis de las respuestas a las preguntas; en la primera los participantes emplearon ideas intuitivas que fueron estructurando al interactuar con el juego; la Figura 4 evidencia que sólo dos de los estudiantes identificaron que es un juego que depende de dos elementos: el azar y la destreza del participante para descomponer la suma de puntos acorde a las fichas de que dispone en el juego, por lo que afirman que *si* es posible cerrar la caja pero toma tiempo lograrlo.



Figura 4. Respuestas del grupo A1

En cuanto a la segunda pregunta (Ver Figura 5), ninguna respuesta fue correcta ya que la ficha con más posibilidades de cerrarse es la uno (Ver Tabla 1 en el Anexo). Lo que se puede resaltar de las respuestas dadas es que se confunde el número de formas de producir la suma en el dado con el número de combinaciones con las fichas de la caja, como se ve en la Tabla # no coinciden, la última respuesta puede deberse al sesgo de concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias, ya que generaliza a partir de la experiencia particular que le sucedió que incluso no involucró un gran número de repeticiones del juego.

Nombre	2. ¿Qué ficha de la caja (del 1 al 9) crees que es más fácil cerrar? ¿por qué?
1 Andrés	6
2 María Alejandra López	las 6 primeras porque son fáciles de cerrar
3 Jairo	9
4 Juan Sebastián	10 (porque me deshago de una vez del nueve)
5 Fabiana María	7, porque tiene mas posible combinaciones
6 Mariana Rodríguez	El 9, al ser el numero mayor en la caja ofrece mayores combinaciones de números
7 Mariana	El 1 o el 8 pues solo salen una vez y al tenerlo cerrado no hay problema si no vuelve a salir más adelante.
8 Mariana Rodríguez	6, es la combinación que mas se repite

Figura 5. Respuestas del grupo A1

La siguiente pregunta tenía como finalidad identificar si los participantes podían establecer *¿qué ficha es más difícil de cerrar?* La respuesta correcta es 9 ya que solo puede cerrarse de 5 formas (Ver Tabla 1 en el Anexo). Ante ello, los participantes dan diferentes respuestas que evidencian confusión entre las sumas posibles con los dados y la combinación de fichas del juego, sólo la última respuesta menciona al 9 pero la justificación es equivocada.

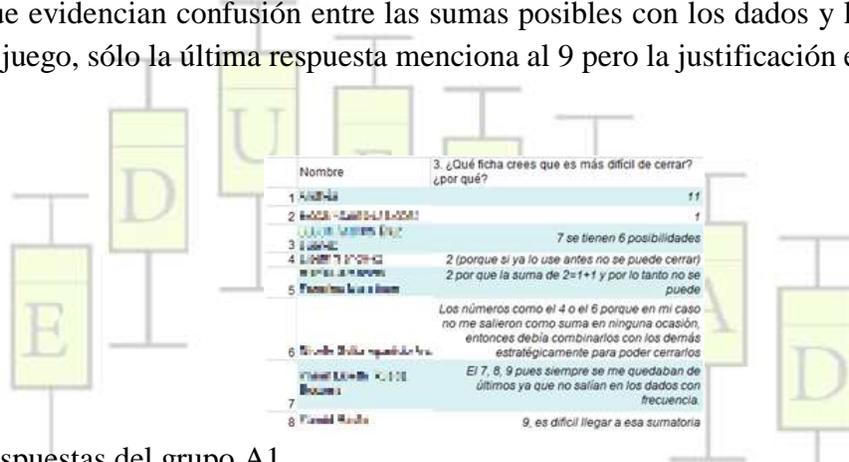


Figura 6. Respuestas del grupo A1

Las siguientes preguntas fueron diseñadas para identificar sesgos de equiprobabilidad, para la quinta pregunta podemos observar que dos de los participantes afirman que la suma 7 y la suma 12 tienen la misma probabilidad de ocurrir, un participante por el contrario dice que el 12 tiene mayor probabilidad y el otro responde correctamente que es el 7. Respecto a la siguiente pregunta, se puede observar que solo uno de los participantes contestó que la suma 8 tenía la mayor probabilidad, y el resto dijo correctamente que 6 y 8 tienen la misma probabilidad de obtenerse.

Nombre	5. En el lanzamiento de los dados, ¿Qué puntaje es más probable de obtener? 7 o 12	Nombre	6. En el lanzamiento de los dados, ¿Qué puntaje es más probable de obtener? 8 o 6
1 Andrés	7	1 Andrés	8
2 María Alejandra López	7	2 María Alejandra López	Tienen la misma probabilidad
3 Jairo	7	3 Jairo	Tienen la misma probabilidad
4 Juan Sebastián	12	4 Juan Sebastián	8
5 Fabiana María	7	5 Fabiana María	Tienen la misma probabilidad
6 Mariana Rodríguez	Todos tienen la misma probabilidad	6 Mariana Rodríguez	Tienen la misma probabilidad
7 Mariana	7	7 Mariana	6
8 Mariana Rodríguez	Todos tienen la misma probabilidad	8 Mariana Rodríguez	Tienen la misma probabilidad

Figura 7. Respuestas del grupo A1

Por último, en la pregunta 8 la mayoría de los estudiantes afirmaron que *“no hay la misma probabilidad de obtener puntajes entre 2 y 12”*, pero hay 2 participantes quienes

afirman que “*si porque es un dado entonces cada suceso es posible*”, con esta respuesta se puede evidenciar que los educandos no han evidenciado que al considerar la suma de puntos el experimento se convierte en no equiprobable, como no por consecuencia se evidencia nuevamente el sesgo de equiprobabilidad pero sus justificaciones pueden conducir a pensar que en el caso de la última respuesta puede pensarse en el sesgo del resultado aislado.

Nombre	8. ¿Es igual de probable obtener cualquier puntaje entre el 2 y el 12? ¿Por qué?
1. [Nombre]	Si
2. [Nombre]	no, el dos se puede sacar 1 1 mientras el cuatro con 2 2 - 3 1
3. [Nombre]	No
4. [Nombre]	no, hay unos que tienen mas probabilidad por que tienen hasta 3 combinaciones o mas, por ejemplo el 12
5. [Nombre]	No, hay mas combinaciones de suma
6. [Nombre]	Si porque un dado normal tiene 6 lados, cada lado con un número diferente entonces la probabilidad sería la misma en cada número
7. [Nombre]	No, pues el dos se puede sacar del 1 y 1, o en una suma que hay en los dados, y el doce solo es una posibilidad muy baja pues se tiene que sacar el par de 6, no es imposible pero si un poco difícil que salga
8. [Nombre]	Depende de la configuración del excel

Figura 8. Respuestas del grupo A1 fase 3 **Resultado Final**

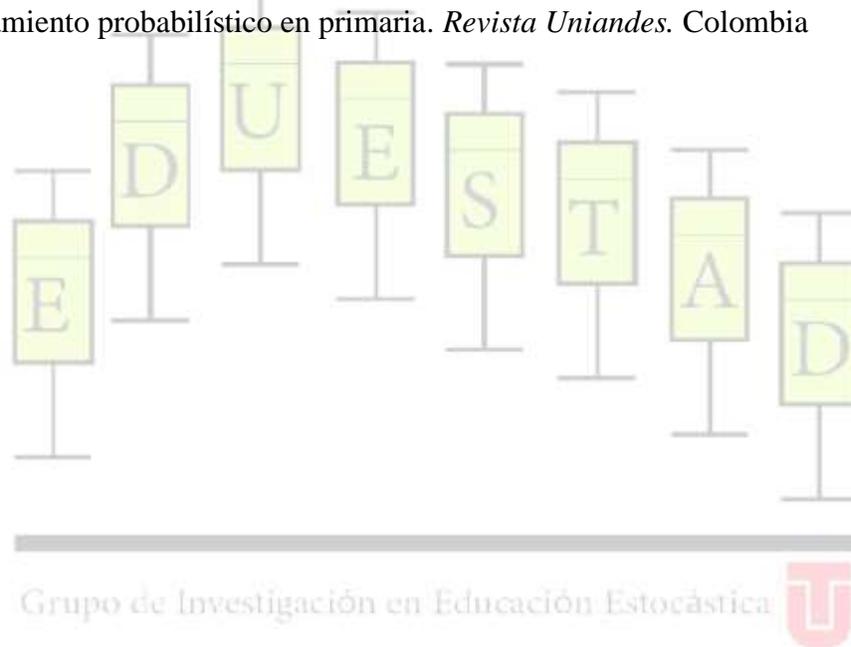
Todas las respuestas correspondientes a la fase de identificación de sesgos sugieren que los estudiantes que no han recibido un curso de probabilidad a nivel universitario presentan dificultades en el razonamiento combinatorio y por ende probabilístico aún al interactuar con un experimento tan común como lo es el lanzamiento de un par de dados, este panorama nos compromete como futuros profesores de Matemáticas a reevaluar la enseñanza de los temas de probabilidad y su aplicación a nivel de la educación básica.

En la evaluación de sesgos presentados, el más común fue el de equiprobabilidad que explicamos principalmente porque no se detuvieron a analizar el comportamiento probabilístico de la variable suma de puntos obtenidos al lanzar un par de dados. También se pudo evidenciar el sesgo de concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias, ya que al observar una racha de combinaciones de dados donde la suma total es 6, aseguran que es la ficha con mayor probabilidad de ser cerrada, por otra parte, los participantes no reconocen la existencia de espacios equiprobable y no equiprobables debido a que extienden el comportamiento del lanzamiento de dos dados al de la variable suma de dados.

Por otra parte, se logró evidenciar que el juego *Cierra la caja* despertó la curiosidad de los participantes en el uso de elementos de probabilidad, a su vez la estrategia virtual permitió comunicar sus razonamientos probabilísticos sin temor alguno, esto sugiere la necesidad de incorporar este tipo de recursos para así de manera exploratoria los estudiantes se acercan a conceptos tan abstractos, promoviendo nuevas formas de razonar menos rígidas que la usual basada en el uso de papel y lápiz.

Referencias

- Díaz, C., Contreras, J., Batanero, C., y Roa, R. (2012). Evaluación de Sesgos en el Razonamiento sobre Probabilidad Condicional en Futuros Profesores de Educación Secundaria. *Boletim de Educação Matemática*, vol. 26, núm. 44, pp. 1207-1225
- Romero, J., Vergara, M., Fernández, F. (2015). Razonamiento probabilístico en estudiantes de undécimo grado. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*. Colombia.
- Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J., y Cañizares, J. (1998). Heurística y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 10(01), pp.7-25.
- Velasco, A., Cote, Y. (2019). El juego cruza el río como herramienta para el desarrollo del pensamiento probabilístico en primaria. *Revista Uniandes*. Colombia



Anexos

Tabla 1. *Combinaciones de fichas que se pueden cerrar*

Suma	COMBINACIONES DE FICHAS QUE SE PUEDEN CERRAR												
2	2												
3	3	1 2											
4	4	1 3											
5	5	1 4	2 3										
6	6	1 5	2 4	1 2 3									
7	7	1 6	2 5	3 4	1 2 4								
8	8	1 7	2 6	3 5	1 2 5	1 3 4							
9	9	1 8	2 7	3 6	4 5	1 2 6	1 3 5	2 3 4					
10		1 9	2 8	3 7	4 6	2 3 5	1 4 5	1 3 6	1 2 7	1 2 3 4			
11		2 9	3 8	4 7	5 6	1 4 6	1 3 7	1 2 8	2 4 5	2 3 6	1 2 3 5		
12		3 9	4 8	5 7	1 2 9	1 3 8	1 4 7	1 5 6	3 2 7	3 4 5	4 2 6	1 2 3 6	1 2 4 5





E_Rally: Una Aplicación de la Media Armónica

Fabio Andrés Avellaneda Castilla

Semillero AZIMUT

Ibagué (Tolima), Colombia

favellanedac@ut.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

El proyecto E_Rally es un video juego 3D en donde se va a profundizar el concepto de medidas de tendencia central mediante el juego. El proyecto tiene como objetivo mostrar a los estudiantes otras medidas de tendencia central, en este caso la media armónica y mostrar una aplicación de ella, además de atraer la atención del estudiante mediante la interfaz gráfica. Los programas usados para crear E_Rally fueron Godot Engine v 3.2.3 y Blender v 2.91.2.

Palabras clave: Rally, Medidas de centralización, Media armónica

Introducción

No es muy frecuente el uso de herramientas tecnológicas en el aula de clase para explicar los conceptos estadísticos por ese motivo se pensó en crear un software que trate de plasmar conceptos que induzcan temáticas estadísticas aprovechando el diseño de una atractiva interfaz gráfica de tal forma que el estudiante se sienta motivado a usarla. Arredondo y Diago (2010), afirman que “hay que tener presente que las TIC proporcionan al estudiante en la actualidad una gran cantidad de información de todos los ámbitos y de todos los lugares, de una forma amena, atractiva, motivadora, en forma audiovisual [...]” (p. 181).

Dada que la media armónica es útil al trabajar con razones entre magnitudes como, por ejemplo, la velocidad media, rendimiento, tiempo, entre otros. Se decidió trabajar con ella para

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

poder representar la media armónica de una carrera en el juego ya que es habitual el concepto de velocidad en los estudiantes y además es fácil e intuitivo imaginar el comportamiento de la velocidad de un auto. Por otro lado, es atractiva la competencia generada por la carrera en el juego.

Merino (s.f.), define “las competiciones de rally consisten en un desafío entre diferentes vehículos por completar una serie de itinerarios de elevada dificultad en el mínimo tiempo posible” (p. 15). Por lo tanto, en el juego se trata de hacer que el estudiante en el menor tiempo posible complete una serie de tramos. dada la definición presentada por Merino con estos parámetros podemos ya trabajar con la media armónica.

Desarrollo de la Comunicación

Marco Teórico

- Fundamentos curriculares
- Lineamientos curriculares

Los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) manejan tres conceptos que son fundamentales para construir cualquier situación de aprendizaje en el aula, y estos son: procesos generales, conocimientos básicos y contextos.

Según el documento de lineamientos curriculares los procesos generales “tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (Ministerio de Educación Nacional, 1998 p. 18). Por otro lado, los conocimientos básicos “tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 19) Y, finalmente, los contextos son aquello que “tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 19).

Los conocimientos básicos tienen que ver con los procesos específicos que según el Ministerio de Educación Nacional (1998), “se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y las variaciones, entre otros”. (p. 19) “. Y con los sistemas que “son aquéllos propuestos desde la Renovación Curricular: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos y sistemas algebraicos y analíticos” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 19). Y por último el uso de los contextos en una “situación problemática se convierte en un microambiente de aprendizaje que puede provenir de la vida cotidiana, de las matemáticas y de las otras ciencias” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, 1998, p. 19).

E_Rally se enmarca dentro del proceso general conocido como Razonamiento ya que explica mediante argumentos y pasos coherentes la resolución de un problema dejando a un lado la memorización de reglas y algoritmos. En cuanto a los conocimientos básicos E_Rally desarrolla el pensamiento varacional junto con sistemas algebraicos y analíticos. Dentro del contexto se va a usar una situación problemática proveniente de la vida cotidiana, debido a que el estudiante está familiarizado con el comportamiento de flojo vehicular.

Estándares Básicos de Competencias

Para el proyecto se decidió trabajar con el estándar 6 de pensamiento aleatorio y sistemas de datos para el conjunto de grados 10 y 11 que dice lo siguiente “Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad”, Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 89). No se está usando complemente el estándar ya que el proyecto profundiza en el uso y razonamiento comprensivo de la medidas de tendencia central.

Derechos Básicos de Aprendizaje

E_Rally se enmarca en los Derechos Básicos de Aprendizaje de grado 10 punto 9 que dice lo siguiente “Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos” (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 79), ya que el proyecto está encaminado a usar medidas de tendencia central y compararlas para determinar cuál es la más representativa.

Fundamentos Disciplinar

- Medidas de centralización

Según Bencardino (2019), “las medidas de posición o de tendencia central, denominadas también como promedios, nos permiten determinar la posición de un valor respecto a un conjunto de datos, el cual lo consideramos como representativo o típico, para el total de las observaciones” (p. 92).

Las medidas de tendencia central más conocidas son: media aritmética, mediana y moda. Pero en el proyecto E_Rally trata de profundizar en una medida de tendencia central no tan conocida como las anteriores que es la media armónica.

Para Bencardino (2019), “la media armónica se aplica en especial cuando la variable está dada en forma de tasas o cuando se trata de calcular la velocidad media” Bencardino

(2019), se refiere a razón cuando habla de “tazas”, es decir, cuando una medida surge de la división de dos magnitudes. Ejemplo de ello es la velocidad ya que es el resultado de la razón de la posición respecto al tiempo.

El proyecto E_Rally trabaja con la media armónica como un resumen de los datos consignados por un auto que hace un recorrido por una pista dividida en 4 tramos, el auto proporciona el tiempo que ha tardado en completar cada una de las etapas.

Proyecto E_Rally

El proyecto E_Rally es un video juego educativo en 3D orientado a la aplicación estadística, que está siendo desarrollado por Complex_Entertainment y Guiado por el semillero Azimut, ya hace 3 semanas, dentro del cual fuero necesario una serie de herramientas digitales como Godot Engine (un motor de video juego) y Blender (un programa para la creación de modelos en 3D).

En un principio se pensó trabajar en 2D para hacer mucho más fácil el desarrollo, pero se presentaron una serie de oportunidades que ayudaron a E_Rally a ser lo que ahora viene siendo. Dentro del proyecto se busca que el estudiante se encuentre inmerso en un ambiente de aprendizaje y diversión, para así no fomentar la idea de que las matemáticas son aburridas; por el contrario que el mismo estudiante caiga en la cuenta que las matemáticas fuera de ser útiles son entretenidas.

Complex_Entertainment tomó como inspiración el video juego **Colin Mcrae Rally** https://www.youtube.com/watch?v=UWjt_N37nNM desarrollado por **Codemasters**. De esta forma tener un objetivo e ideas de lo que se quería llegar a realizar con E_Rally.

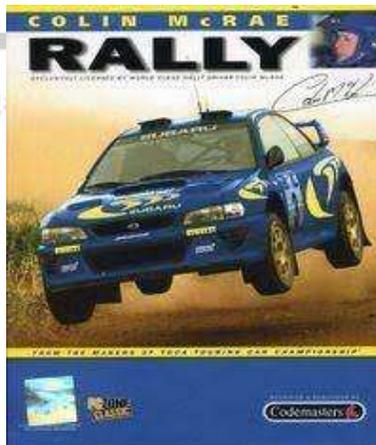


Figura 1. Colin Mcrae Rally- 1998

E_Rally 1.0 – 2021

Dentro de los modelos en 3D se usó una técnica llamada low poly para así no hacer el proyecto muy pesado Y que su desarrollo no se extienda demasiado. Con el low poly se logran resultados muy interesantes y de buena calidad gráfica, justamente lo que se quería implementar.



Figura 2. E_Rally 1.0 – 2021

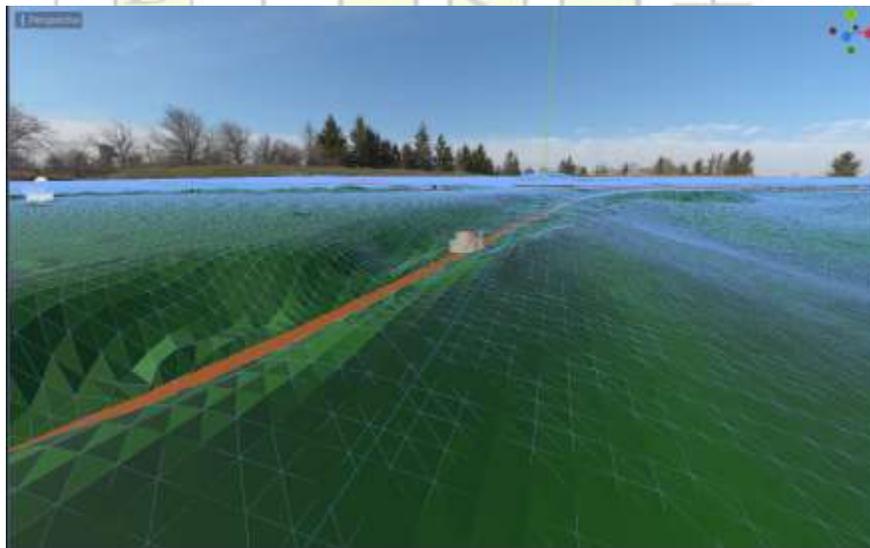


Figura 3. Auto y la Pista

Pero esta es la versión 1.0 de E_Rally seguiremos trabajando para mejorarlo y que abarque más temáticas estadísticas, también se irá mejorando la interfaz gráfica para que el estudiante se sienta cada vez más cómodo.

Conclusiones

El proyecto E_Rally es un software que todavía sigue en desarrollo por complex_entertainment y guiado por el semillero de investigación Azimut ya que cada vez trata de implementar más temáticas estadísticas orientada a los estudiantes para su comprensión de una forma gráfica y entretenida.

La idea central de E_Rally está clara solo falta hacer algunos modelos en 3D y completar ciertas líneas de código para brindar esa sensación de diversión y entretenimiento al estudiante.

Referencias

- Arredondo, S. y Diago, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid. Pearson Educación S.A.
- Bencardino, C. M. (2019). *Estadística y muestreo*. Ecoe Ediciones.
- Merino, S. (s.f.). *Modificación de un vehículo de turismo para competir en el grupo R5 de Rally*, Universidad Carlos iii de Madrid.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá D.C. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicas de competencia en matemáticas*. Bogotá D.C. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá D.C. Magisterio.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica





Azimut-Est: Un Recurso Didáctico para el Aprendizaje de la Estadística

Andrés Rodríguez Manrique

Semillero AZIMUT

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

arodriguezma@ut.edu.co

John Jairo Zabala Corrales

Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

jjzabalac@ut.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

En este texto presentamos a AZIMUT-EST, un recurso didáctico digital para el apoyo del aprendizaje, la enseñanza, e incluso, la evaluación de competencias en el pensamiento aleatorio, asociado con la estadística. Se presentan los fundamentos curriculares nacionales, disciplinares, pedagógicos y didácticos que dan sustentación y significado al recurso y su uso en situaciones de aprendizaje. Luego se describe con el mayor detalle posible el recurso y su uso. Finalmente se habla sobre las ventajas que puede implicar tanto para el alumno como para el docente el uso del recurso presentado. Finalmente, se discute sobre el futuro del proyecto y las investigaciones necesarias para mejorar la herramienta.

Palabras clave: Recurso didáctico, estadística, básica primaria.

Introducción

La pandemia del COVID-19 ha impactado numerosos ámbitos de la vida de las personas en todo el mundo. Sin embargo, la educación no se ha detenido y continua con su

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

misión interminable de formar ciudadanos críticos, autónomos, pero a la vez capaces de trabajar en equipo, entre otras. En Colombia, como en otros países, este ha sido el camino que ha seguido la educación, no detenerse, pero ha cambiado el medio en el cual se dan las interacciones estudiante-profesor (Decreto Legislativo 660, 2020), ha sido un cambio repentino, pero ha impulsado la creatividad de docentes e instituciones. Además, dejó en evidencia la importancia del componente axiológico de la educación.

La educación estadística provee recursos de aprendizaje que favorecen la formación. En ocasiones es necesario recrear situaciones cotidianas para la enseñanza, como lo expresa el Ministerio de Educación colombiano (MEN) en sus documentos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998; Ministerio de Educación Nacional, 2006; Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Este proyecto se enmarca dentro de la cultura estadística pretendiendo facilitar tanto el aprendizaje como la enseñanza en el pensamiento aleatorio.

Desarrollo de la Comunicación

Fundamentos Curriculares

- Lineamientos Curriculares de Matemáticas

Los Lineamientos Curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), es un documento que “pretende ser posibilitador, promotor y orientador de los procesos curriculares” (p. 4). Es decir, es una guía para que las instituciones educativas tengan apoyo al momento de elaborar sus Proyectos de Educación Institucionales.

Sobre este documento hay que destacar la terminología y conceptos que inician su uso en el ámbito curricular en este documento y se extiende a lo largo de todos los demás documentos. Ejemplo de ello son los procesos específicos y generales.

Los procesos específicos buscan desarrollar el pensamiento matemático en su conjunto por medio de sistemas particulares de las matemáticas, según el Ministerio de Educación Nacional (1998), “estos procesos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional” (p. 13). Particularmente del pensamiento aleatorio el documento destaca “La introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo al permitir, sobre un conjunto de datos, proponer diferentes inferencias” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 48).

Por otro lado, los procesos generales “tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 18) se relacionan

con el aprendizaje del estudiante, estos procesos son transversales a todos los pensamientos mencionados en los procesos específicos.

- Estándares Básicos de Competencias

Según el Ministerio de Educación Nacional (2006):

El conjunto de estándares debe entenderse en términos de procesos de desarrollo de competencias que se desarrollan gradual e integradamente, con el fin de ir superando niveles de complejidad creciente en el desarrollo de las competencias matemáticas a lo largo del proceso educativo. (p. 76)

Se entiende por competencia a la movilización de actitudes, conocimientos y habilidades que pone en marcha el estudiante para el desarrollo de una tarea en particular.

Por medio de los Estándares de Básicos de Competencias (EBC) el MEN ha propuesto unos niveles de complejidad para orientar a estudiantes y docentes en el desarrollo de dichas competencias, a esta característica se le puede equiparar a la coherencia vertical. Por otro lado, retomando la propuesta de la serie Lineamientos Curriculares EBC proponen también una coherencia horizontal, mediante la cual se pretende dejar más clara la intercomunicación de los pensamientos y los sistemas.

Finalmente, cabe anotar que los EBC están formulados para 5 conjuntos de grados: los primeros dos conjuntos son 1° - 3° y 4° - 5° de primaria, y los restantes tres son 6° - 7°, 8° - 9° y 10° - 11° de secundaria.

- Derechos Básicos de Aprendizaje

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) “explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular” (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 6). Por “estructurantes” los DBA hacen referencia a que son una herramienta que organiza el aprendizaje en el currículo. A diferencia de los EBC, los DBA están redactados para cada grado escolar desde transición hasta undécimo.

En la redacción de cada DBA se pueden distinguir tres elementos: el enunciado, la evidencia y el ejemplo.

El enunciado hace referencia al aprendizaje en concreto que pretende ser alcanzado mediante el trabajo en el aula en un área y grados específicos. Las evidencias proponen algunas señales observables que manifiestan que dicho aprendizaje se está alcanzando, y finalmente los ejemplos muestran algunas de aquellas cosas que el estudiante debe estar en capacidad de hacer al lograr los aprendizajes enunciados.

Fundamentos Disciplinarios

La estadística puede ser clasificada según varios criterios, uno de ellos, es en función del alcance de la interpretación que se hace a los datos.

Según esta clasificación la estadística puede ser estadística descriptiva o estadística inferencial. En la estadística descriptiva las conclusiones e interpretaciones no salen del propio conjunto de datos y además busca describir este conjunto de la forma más precisa y detallada posible, mientras que la segunda busca extender las anteriores conclusiones a un conjunto de datos más amplio (en muchas ocasiones la población). El aprendizaje y la enseñanza en básica primaria según los lineamientos curriculares se centra en la estadística descriptiva.

Fundamentos Pedagógicos y Didácticos

Para Heitele (1975, citado por Carballo y Ojeda, s.f.) las situaciones de aprendizaje que busquen una comprensión de los fenómenos aleatorios deberán orientar la “formación bajo un currículo en espiral para [...] superar, progresivamente, intuiciones primarias basadas en explicaciones “mágicas” o relativas a la “suerte” (p. 68). Es decir, deberán afinar las intuiciones por medio de la formación estadística.

La formación estadística es un componente importante del desarrollo personal del individuo, pero la labor del docente como especialista de la educación es presentar los contenidos de forma atractiva, crear situaciones de aprendizaje amenas y dinámicas, mantener la motivación, en todo esto las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) juegan un papel importante, según Arredondo y Diago (2010), “las TIC han contribuido y siguen contribuyendo de forma importantísima al desarrollo social en todas sus facetas” (p. 181), incluyendo por supuesto a la educación.

AZIMUT-EST, un Recurso Didáctico

AZIMUT-EST es un programa creado en Excel (en archivo.xlsx) que simula el proceso de registro, tabulación y graficación de los resultados de una encuesta, en donde el estudiante deberá responder algunas preguntas relativas a la información presentada, de acuerdo a su nivel cognitivo.

AZIMUT-EST tiene una pantalla principal en la que se puede elegir la temática de la encuesta, en esta versión se presentan 3 opciones: **sabor de helado, frutas y deporte** (Variables Categóricas); y 3 niveles de complejidad. Ver Figura 1.

Los niveles de complejidad están dados así:

- **Nivel 1:** La variable toma 3 valores y la población varía entre 10 y 20 individuos.
- **Nivel 2:** La variable toma 5 valores y la población varía entre 20 y 40 individuos.
- **Nivel 3:** La variable toma 8 valores y la población varía entre 30 y 70 individuos.

En cada una de estas opciones el estudiante encontrará una serie de elementos que comunes a todas las opciones. Para ejemplificar usaremos la opción ‘*sabor de helado*’.

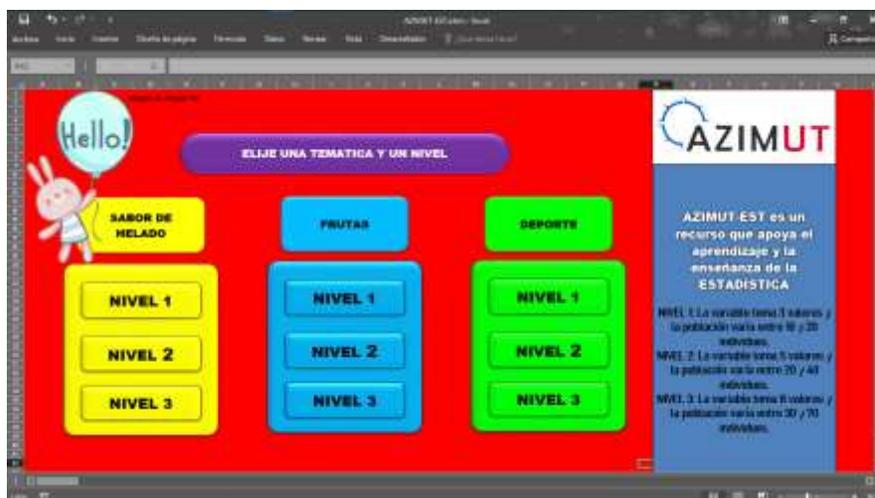


Figura 1. Pantalla principal de AZIMUT-EST

Cuando el usuario escoge una opción será redireccionado a la hoja donde está la simulación con la categoría escogida, allí encontrará la **premisa**, una **tabla de frecuencias absolutas**, **botón gráfico de barras**, **botón gráfico circular**, los **datos**, las **preguntas**, el **botón nueva ronda**, el **botón volver**. Ver Figura 2.



Figura 2. Vista general de la opción ‘sabor de helado’ y sus secciones

La **premisa** da contexto al juego y presenta la pregunta hecha en la encuesta simulada, en ‘*sabor de helado*’ la premisa es: “Se le pregunto a los estudiantes de TERCERO ¿Cuál es su sabor de helado favorito?”.

La tabla de frecuencias absolutas y los gráficos (gráfico de barras o gráfico circular) resumen la información de la encuesta simulada, estos elementos se encuentran debajo de la premisa. A la izquierda de la tabla de frecuencias absolutas se encuentran los datos, es decir, las respuestas simuladas para la encuesta. Estos tres elementos buscan representar de variadas

formas la información al estudiante, y además dar conciencia sobre la importancia de organizar la información de forma simple y clara.

Los botones gráfico de barras y gráfico sirven para intercambiar entre representaciones gráficas. Siempre se mostrará al estudiante una de las dos representaciones gráficas.

El usuario se tiene que desplazar para encontrar la sección de preguntas, hay un letrero que lo orienta en este aspecto. Allí encontrará 5 preguntas relativas a la información presentada. En ‘sabor de helado’ podrá encontrar las siguientes preguntas, en el nivel 1 y 2:

- **¿El sabor a CHOCOLATE es el sabor de helado preferido de cuántos niños?:** Esta pregunta interroga al estudiante por la frecuencia de un dato en particular, chocolate en este caso. Es importante aclarar que el sabor de helado cambia con cada nueva ronda entre los disponibles en la tabla de frecuencias absoluta.
- **¿A cuántos niños se les preguntó por el sabor de helado preferido?:** Esta pregunta sin necesidad de especificarlo con las palabras “en total” interroga al estudiante sobre la totalidad de individuos encuestados, se decidió formular la pregunta de esta forma para evitar habituar al estudiante desde su escolaridad temprana a preguntas artificiales que por lo general no va a encontrar formuladas en forma tan precisa en su vida cotidiana. El total de encuestados cambia con cada nueva ronda y el rango de variación depende del nivel de complejidad, como se especificó anteriormente.
- **¿Cuál es el sabor de helado que más votos obtuvo?:** Esta pregunta en términos estadísticos interroga por la moda de los datos, se optó por redactar la pregunta de esta forma para los estudiantes del primer ciclo de los EBC (1° a 3°) dado que en primero y segundo se introduce el concepto de moda a través de este tipo de pregunta. Sin embargo, con las adaptaciones pertinentes se puede usar el término técnico para niveles superiores.
- **¿Cuál es el sabor de helado que menos votos obtuvo?:** Por medio de esta pregunta se busca abrir el panorama a otros parámetros estadísticos, movilizar la atención de las medidas de tendencia central y además está inspirada en las evidencias de los DBA 10 de 1°. 2° y 3°.
- **¿Hubo algún sabor de helado que obtuvo 3 votos? ¿Cuál o cuáles son?:** Esta pregunta busca hacer el proceso inverso a la primera pregunta, en vez de preguntar por la frecuencia de un dato en concreto, proporciona la frecuencia y pregunta por los datos que se repiten dicha cantidad de veces. La frecuencia absoluta especificada cambia con cada nueva ronda en el rango de la distribución, es decir, toma valores desde el mínimo hasta el máximo de las frecuencias.

Las preguntas se adaptan a cada contexto en cada opción (sabor de helado, frutas y deporte), pero siempre conservan el mismo propósito.

En el nivel 3 de cada una de las opciones se ha agregado una pregunta extra. En el caso de ‘sabor de helado’ la pregunta extra es la siguiente:

- **¿Cuál de estos sabores obtuvo más votos: ¿FRESA o LIMÓN?:** Por medio de esta pregunta se busca que el estudiante compare las frecuencias absolutas del par datos especificados y determine cuál es mayor. Los sabores cambiarán con cada nueva ronda entre los disponibles en la tabla de frecuencias absoluta. Sin embargo, la pregunta extra en cada opción se adapta al contexto de la simulación.

Debajo de cada pregunta se encuentra un espacio en blanco donde el estudiante introduce su respuesta. La respuesta no debe tener un largo mínimo y tampoco hay un límite de caracteres, de hecho, se busca incentivar las respuestas largas muy usuales en edades tempranas y cuya cultura no se debería perder a medida que se avance en la escolaridad. En frente de cada espacio de respuesta aparece una casilla que va mostrando en tiempo real tres posibles estados: “REVISAR TU RESPUESTA”, ¡“EXCELENTE!” y “ESCRIBIR TU RESPUESTA” (Ver Figura 3), que corresponden a un acierto, un error o que aún no se ha respondido, respectivamente. Sin embargo, la macro es sensible a tildes por lo tanto si en la tabla aparece Limón, pero el estudiante escribe Limon este será contado como un desacierto, igualmente si sucede, al contrario. No obstante, la macro no es sensible a mayúsculas y minúsculas. Por otro lado, para dar respuestas numéricas es necesarios introducir números arábigos, por el momento no se acepta escribir el número.

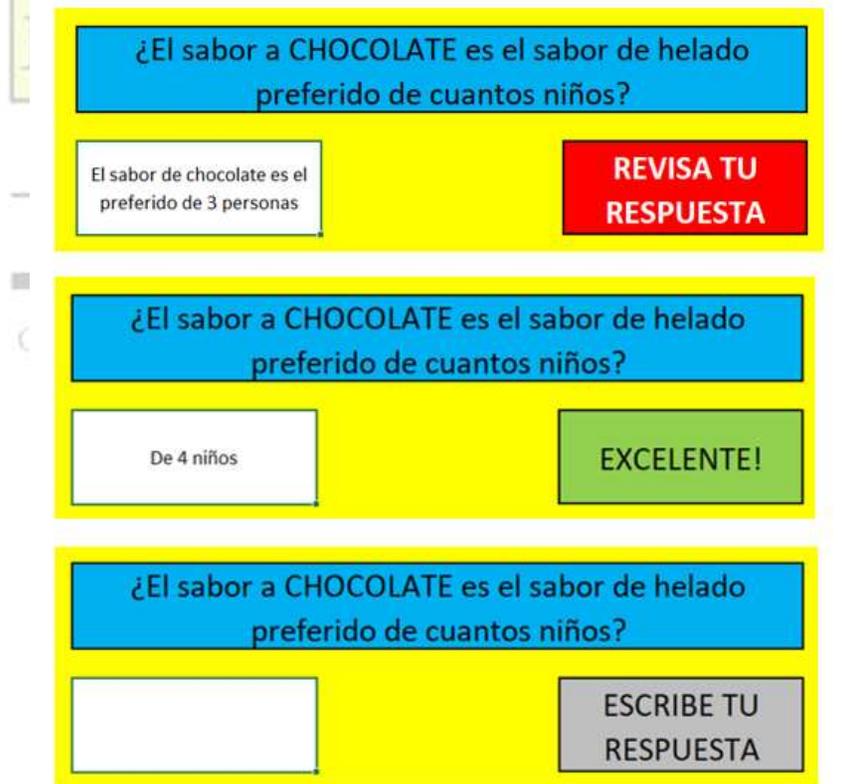


Figura 3. Los tres estados de la respuesta y ejemplo respuesta numérica y respuesta larga.

Finalmente, están los botones. El botón NUEVA RONDA refresca los datos creando una nueva secuencia de datos cambiando por lo tanto la información que se presenta en la tabla y la gráfica en la siguiente ronda y limpia las respuestas de la ronda anterior. El botón VOLVER regresa al usuario a la pantalla principal.

Discusión

El recurso AZUIMUT-EST pretende ser un apoyo en el desarrollo del currículo de matemáticas, en particular del pensamiento aleatorio en la Básica Primaria, pretende ser un dinamizador en la intermediación del conocimiento y ser atractivo para el estudiante, es lúdico ya que su fin no es simplemente el de entretener sino aprender, aprender jugando. Además, hace uso de la evaluación formativa dado que en momento real informa al estudiante de sus resultados y este tiene la oportunidad de corregir a tiempo. Podría clasificarse también como un instrumento de autoevaluación para el alumno dado que le permite saber su evolución en el desarrollo de las competencias en las que es especialmente útil el recurso AZIMUT-EST.

AZIMUT-EST puede convertirse en una herramienta que el docente de primer ciclo (1° a 3° de Básica Primaria) puede usar para nutrir los procesos de aprendizaje, de enseñanza y de evaluación; con un punto a favor y es que está especializada en didáctica de la estadística, campo donde a veces es difícil encontrar una buena variedad de herramientas. Por otro lado, AZIMUT-EST no busca estimular el aprendizaje basado en la memoria sino en el razonamiento, la comprensión, observar, analizar: en pensar estadísticamente, lo cual da un valor agregado a las situaciones de aprendizaje que diseñamos.

La herramienta AZIMUT-EST pretende seguir evolucionando para poder aportar al desarrollo de otras competencias o abarcar los niveles de dificultad propios de grados más avanzados.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica



Conclusiones

El recurso AZUIMUT pretende ser un apoyo en el desarrollo del currículo de matemáticas, en particular del pensamiento aleatorio en la Básica Primaria, pretende ser un dinamizador en la intermediación del conocimiento y ser atractivo para el estudiante, es lúdico ya que su fin no es simplemente el de entretener sino aprender, aprender jugando. Además, hace uso de la evaluación formativa dado que en momento real informa al estudiante de sus resultados y este tiene la oportunidad de corregir a tiempo. Podría clasificarse también como un instrumento de autoevaluación para el alumno dado que le permite saber su evolución en el desarrollo de las competencias en las que es especialmente útil el recurso AZIMUT-EST.

AZIMUT-EST puede convertirse en una herramienta que el docente de primer ciclo (1° a 3° de Básica Primaria) puede usar para nutrir los procesos de aprendizaje, de enseñanza y de

evaluación; con un punto a favor y es que está especializada en didáctica de la estadística, campo donde a veces es difícil encontrar una buena variedad de herramientas. Por otro lado, AZIMUT-EST no busca estimular el aprendizaje basado en la memoria sino en el razonamiento, la comprensión, observar, analizar: en pensar estadísticamente, lo cual da un valor agregado a las situaciones de aprendizaje que diseñamos.

La herramienta AZIMUT-EST pretende seguir evolucionando para poder aportar al desarrollo de otras competencias o abarcar los niveles de dificultad propios de grados más avanzados.

Referencias

- Arredondo, S. y Diago, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid. Pearson Educación S.A.
- Decreto Legislativo 660 de 2020. Por el cual se dictan medidas relacionadas con el calendario académico para la prestación del servicio educativo, en el marco del Estado de Emergencia Económica, Social y Ecológica. 13 de mayo de 2020. D.O. No. 51313
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational studies in Mathematics*, 187-205.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá D.C. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá D.C. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas*. Bogotá D.C. Magisterio.

Grupo de Investigación en Educación Estocástica





¿Aprender y Enseñar Estadística o Enseñar y Aprender de las Estadísticas?

Pensando sobre las Cifras en Épocas de Pandemia

Martha Cecilia Mosquera Urrutia

Universidad Surcolombiana, Neiva (Huila), Colombia

martha.mosquera@usco.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

El proyecto surge de una problemática identificada en la práctica extramuros en el curso de enseñanza y aprendizaje del algebra y la estadística, cuyo objetivo era caracterizar el contexto rural desde las matemáticas; esta se realizó en el municipio de La Plata (HUILA), donde interactuamos con personal de la Cooperativa Departamental de Caficutoras del Huila CADEFIHUILA y los docentes y estudiantes de las instituciones educativas San Sebastián y Villalosa.

Se logró evidenciar que a pesar de tener varios proyectos pedagógicos de aula y experiencias como la de CADEFIHUILA, muchos estudiantes tienen malos resultados en matemáticas y no le encuentran sentido a los aprendizajes en sus clases de matemáticas.

En ese orden de ideas, se asumió el reto de conceptualizar sobre la práctica reflexiva; para lograr este propósito analizamos las posturas de Dewey, Schon y Zeichner y algunos fundamentos de la Educación Matemática Crítica en relación con la modelación matemática de Vanegas-García y Camelo-Bustos, con el fin de mirar críticamente las estadísticas, aprender de ellas, problematizar la práctica y estudiar situaciones del contexto de los estudiantes.

Las tareas que se presentan corresponden a la adaptación que se hizo en 2020 para asumir el trabajo desde casa por causa de la pandemia.

Palabras clave: Estadísticas, práctica reflexiva, educación matemática crítica.

Introducción

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

Caracterizar el contexto rural desde las matemáticas implica en primer lugar cuestionarse sobre la naturaleza y el sentido de las matemáticas que se enseñan y su papel en la sociedad y en la vida de los estudiantes y en segundo lugar, reflexionar sobre las prácticas pedagógicas, su origen, sus dinámicas y la forma en que estas atienden o no situaciones del contexto e intereses de los estudiantes.

Al visitar el sector rural se espera que los profesores en formación evidencien algunas categorías que luego pueden asumir como objetos de investigación para su práctica pedagógica, más si se tiene en cuenta que muchos de ellos estudiaron en el sector rural; también, a través de entrevistas y registros en sus diarios de campo, recogen testimonios y recuerdan situaciones que ellos mismos han vivido.

Caminar el territorio implica que los futuros docentes, conozcan de cerca la realidad de las escuelas y en ocasiones se maravillen al evidenciar que con muy pocos recursos los docentes y estudiantes logran emprendimientos muy importantes.

Durante la práctica extramuros: *Caracterizando el contexto rural desde las matemáticas* tuvimos la oportunidad de interactuar con los docentes y estudiantes líderes de las experiencias pedagógicas significativas: *Aprendiendo con la mora* y *Plantic* en la Institución Educativa Rural Villalosada; *Hagamos Cuentas* en la Institución Educativa San Sebastián y la *Cooperativa Departamental de Caficadoras del Huila CADEFIHUILA*.

De manera general y en concordancia con algunos autores se logró evidenciar que en las instituciones educativas visitadas hay problemas en relación con los espacios físicos, las baterías sanitarias, la conexión a internet y situaciones particulares relacionadas con el trabajo infantil, el bajo rendimiento académico en particular en los cursos de matemáticas se observaron algunos problemas en relación con los libros de texto que se utilizan, las tareas que se asignan a los estudiantes y el ambiente escolar.

Posterior a la práctica de caracterización durante el curso de enseñanza y aprendizaje del álgebra y la estadística, retornamos a las instituciones educativas y a CADEFIHUILA, pero esta vez nos interesaba fijar la mirada en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra y la estadística en contextos rurales.

Finalmente, durante la etapa de reflexión y sistematización de la experiencia durante el curso de investigación en educación matemática, las docentes en formación Karen, Karla y Yesica, retomaron la información que habían recogido durante las prácticas extramuros en dos preguntas de trabajo:

- ¿A través de tareas de reproducción, conexión y reflexión, relacionadas con el cultivo, la producción y la comercialización del café, es posible que los estudiantes desarrollen capacidades para comprender, crear, ejemplificar y usar conceptos para resolver problemas complejos, generalizar y justificar los resultados obtenidos? Y
- ¿Qué estrategias utilizar para minimizar las desigualdades de género, tanto en las clases de matemáticas de sectores rurales como en las fincas y entidades cafeteras?

Desarrollo de la Comunicación

Para responder a los interrogantes se hizo una reflexión sobre las prácticas utilizando las tres fases de que plantea Schön (1998):

Conocimiento en la acción: se trabajó con las docentes en formación a nivel emocional, cognitivo y de procesamiento sobre las vivencias que habían tenido durante las prácticas extramuros y la información que se había conseguido.

Desde lo teórico se consultaron los contenidos que se trabajan durante el desarrollo de los proyectos y qué áreas del conocimiento se involucran. También se consultó a los estudiantes sobre sus sentimientos a cerca del proyecto y por ser representantes de la Institución en la Feria Departamental.

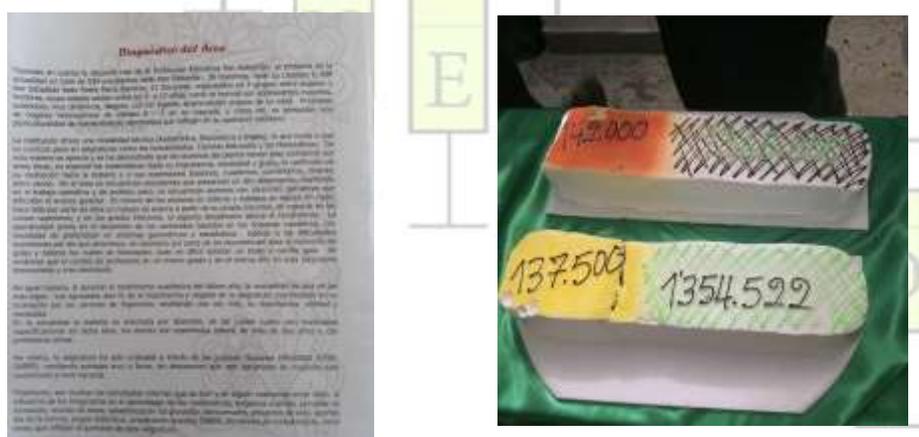


Figura 1. "Página del Plan de área suministrado por la Docente de aula" y torta para representar y celebrar



Figura 2. Estudiantes exponiendo el proyecto Hagamos cuentas con el recibo de la energía

Reflexión-en-la-Acción

Esta etapa se vivencia cuando las docentes practicantes escuchan hablar a los niños sobre el proyecto y ven cómo se emocionan y el dominio que tienen sobre los conceptos; también se recoge de los diálogos con los docentes y con los compañeros y compañeras de la Institución que no participan directamente del proyecto. Aquí es importante el proceso de toma de decisiones ya que a veces la emoción por ver a los estudiantes sustentando con propiedad, tiende a nublar la realidad sobre el manejo que se hace de los conceptos.

Reflexión sobre la “Reflexión-en-la-Acción”

Se analiza a posteriori qué es lo que se pensó y se reflexionó durante la fase 2, es decir durante la “reflexión en la acción” y se hace la sistematización correspondiente, en igual forma a partir de los aspectos positivos se diseñan las acciones de mejoramiento para los estudiantes.

Para la selección del problema se tuvieron en cuenta los pasos que plantea Barbosa (2004), entre varias situaciones que se habían observado se decidió tomar las desigualdades de género y el álgebra, debido a que el detonante para la creación de la *Cooperativa de Mujeres Cafeteras CADEFIHUILA*, fue precisamente la evidencia y los sentimientos de discriminación, invisibilización, no reconocimiento y vulneración de sus derechos, a que se ven sometidas en general las mujeres del campo y para el caso particular las mujeres cafeteras y las estudiantes del colegio que hacen evidentes los problemas que sufren debido a su género.

También en época de pandemia, muchas mujeres tuvimos que vernos sometidas a múltiples formas de opresión y de discriminación y las cifras de la pandemia ya empiezan a hablar sobre la situación de las mujeres y las niñas en medio del aislamiento social obligatorio.



Figura 3. Estudiantes de la IE San Sebastián, La Plata Huila

Para situar la problemática se hicieron varias lecturas y se consiguieron datos estadísticos que permitieran hacer evidentes las problemáticas.

Posteriormente se diseñaron tres tipos de tarea, de acuerdo con Zakaryan (2011),

Las tareas de reproducción (Figura 4) se realizan en contextos familiares para los estudiantes, son muy frecuentes por ejemplo cuando el profesor explica un tema o una fórmula y hace que los estudiantes realicen ejercicios, son importantes para afianzar los conceptos, mejorar la operatividad y desarrollar destreza.



Figura 4. Tareas de reproducción

Las tareas de de conexión (Figura 5) sirven para establecer relaciones entre diferentes áreas del conocimiento y poner en evidencia cómo es que una informa a la otra o se sirve la otra, estas tareas permiten el diálogo entre profesores de diferentes áreas del conocimiento y a través de ellas se logra una mejor comprensión por parte de los estudiantes.

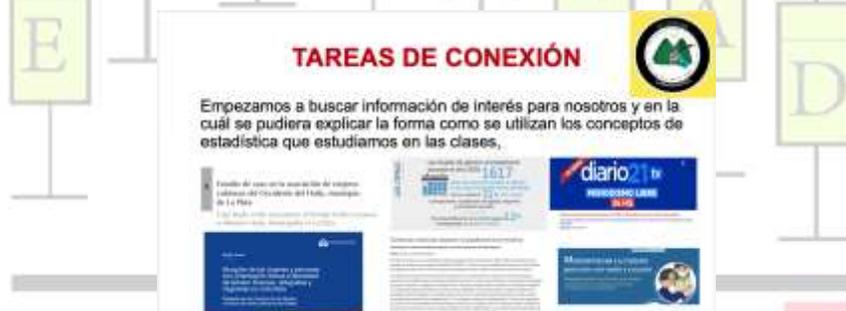


Figura 5. Tareas de conexión

Las tareas de reflexión (figura 6) tienen gran importancia para el desarrollo de la capacidad de observación, mejorar la comprensión, la curiosidad y habilidades investigativas. Requieren del estudiante que se cuestione, que indague y que busque diferentes fuentes de información.



Figura 6. Tareas de reflexión

Es importante tener en cuenta que para el diseño de las tareas, las docentes en formación tuvieron que discutir entre ellas y con la Docente tutora, reconocer la importancia de cada tipo de tarea y dialogar con estudiantes, compañeros y personas de la comunidad con el fin de hacer comprensión sobre la problemática y diseñar acciones de mejoramiento.

Conclusiones

Se reconoce como un logro importante el hecho que las futuras docentes hayan traído a la esfera del aula el problema del género, así como también otras problemáticas asociadas como la pobreza, la falta de oportunidades, la raza y habitar en el campo.

Se logró que las futuras docentes, llevaran al aula algunas lecturas e hicieran concien con los estudiantes de las instituciones educativas sobre estas problemáticas.

Las futuras docentes se encuentran en periodo de sistematización del trabajo investigativo, pero han socializado sus experiencias y avances en varios eventos a nivel regional, nacional e internacional.

A continuación, algunos testimonios:

- “Basada en experiencias enriquecedoras que hemos tenido la oportunidad de participar hemos logrado adquirir conocimiento que nos han fortalecido como estudiantes y futuras docentes, en nuestra prácticas pedagógicas e investigativas”.
- “Podimos evidenciar los cinco procesos de la actividad matemática: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”.
- “Con la realización de cada una de estas acciones durante la práctica extramuros reconocimos la importancia de la investigación para el desarrollo de nuestras capacidades, ya que cuando queremos enseñar un concepto a partir de la cotidianidad, debemos comprenderlo muy bien y reconocer su estructura, distintas representaciones, y fenomenología para no caer en el “activismo” y poder diseñar trayectorias de aprendizaje significativas”.

- “La reflexión sobre la práctica nos ofrece la alternativa de usar conceptos matemáticos creando nuevos conocimientos del área que se pueden implementar en las diferentes aulas de clases desde la cotidianidad”.

Como profesora me causa mucha satisfacción el nivel de logro y apropiación que han tenido las futuras docentes y el nivel de conciencia que se ha logrado con estudiantes de las instituciones educativas.

En las imágenes se observan evidencias de participación en eventos.



Figura 7. Participación de eventos

Referencias

- Barbosa, J. (2004). Modelagem matemática: ¿O qué? ¿Por qué? ¿Cómo? *Veritati*, 4, 73-80.
- Díaz-Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. México: McGraw-Hill. 171 pp.
- Schön, D.A. (1988). *El profesional reflexivo. ¿Cómo piensan los profesionales cuando actúan?* Barcelona: Paidós.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(3), 7-20. <https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v18n3/2007-6819-relime-18-03-00007.pdf>
- Zakaryan, D. (2011). *Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años*. Un estudio de casos. Tesis Doctoral. Huelva: Universidad de

Huelva.

http://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/6035/Oportunidades_aprendizaje_competencia_matematicas.pdf?sequence=2



La Investigación como Estrategia Pedagógica para el Aprendizaje de la Estadística Descriptiva

Ana Lucia Sandoval Vitovis

Universidad Surcolombiana, La Plata(Huila), Colombia

ana.sandobal@usco.edu.co

Ibagué, Colombia

Mayo 29 de 2021

Resumen

La Investigación como estrategia pedagógica para el aprendizaje de la Estadística Descriptiva en los estudiantes de semestre III de Contaduría Pública de la Universidad Surcolombiana, sede La Plata Huila, es una forma diferente de abordar el curso de Estadística Descriptiva, donde se atiende un problema real de la comunidad orientado a su campo profesional. La investigación se aborda desde el enfoque empírico-analítico. Se acoge por el positivismo Comtiano que da especial atención a los hechos. Sigue un método cuantitativo, supone un planteamiento y un acercamiento a la realidad objeto de estudio. Se trabaja con la modalidad de medición a un grupo, atendiendo la relación en la comprensión de los temas de Estadística Descriptiva y su aplicación en una investigación del campo contable. Se desarrolla en 3 momentos: planeación, desarrollo, evaluación y socialización. Se aplica durante 16 sesiones, cada una de 3 horas semanales. Donde se concluye que la implementación de esta estrategia genera un verdadero aprendizaje significativo.

Palabras clave: Investigación, Estadística Descriptiva, aprendizaje significativo, estrategia Pedagógica.

Introducción

La Estadística ha tenido un importante desarrollo en los últimos sesenta años. Actualmente sus aplicaciones están presentes en todos los niveles del sistema educativo, en

V3 Coloquio de Educación Estocástica

ISSN 2665-587X (En Línea)

diversas disciplinas del conocimiento humano y en el campo de la investigación. En la educación primaria y secundaria, la estadística es una de las últimas unidades del plan de estudios y se enseña, de forma procesual, mecanizando procedimientos con cálculos rutinarios y poco motivantes para los educandos. A nivel universitario, el panorama poco varía; esta rama de las matemáticas que va ligada secuencialmente a otros cursos de Matemáticas, como: Metodología, Técnicas de Investigación y Seminario de Investigación, se reconoce como una herramienta que todo estudiante debe conocer (aprender) con el ánimo de poseer los elementos necesarios para abordar y responder a situaciones del entorno, pero debido a las metodologías tradicionalistas con que se enseña, se evidencia por parte de los estudiantes poco interés y comprensión.

El mundo contemporáneo requiere que se formen ciudadanos que tengan la capacidad de interpretar y evaluar la realidad que se vive; la diversidad de datos, la rapidez de emisión y procesamiento de información, hacen que la Estadística Descriptiva se convierta en un curso dinámico y ágil, que requiere que sea replanteada la forma de enseñarse. Retomando a Batanero (2000 y 2001) se debe buscar que los fines de la enseñanza de la estadística en la formación del estudiante esté centrada en el papel de la Estadística en la sociedad conociendo sus diferentes campos de aplicación, se valore el método estadístico y la forma básica de razonamiento, su potencia y limitaciones. Además, deberá acercarse el desfase que se tiene entre la comprensión de los conceptos y los medios técnicos de cálculo para poder procesar la información y la representación gráfica de los mismos, donde se involucre la investigación en entornos reales que despierten interés y motivación en el estudiante.

Desarrollo de la Comunicación

El presente trabajo aborda la forma de desarrollar la investigación en el aula de clase a partir del desarrollo de las unidades de la cátedra de Estadística Descriptiva, en el programa de Contaduría Pública. Desde este punto de vista la investigación se convierte en una estrategia para el aprendizaje, a través de la metodología de detectar y resolver problemas reales relacionados con la profesión contable y que tienen solución desde la Estadística Descriptiva. El proyecto supone asumir el riesgo de cambiar las estrategias del proceso enseñanza-aprendizaje en el salón de clase; para buscar un cambio significativo en la enseñanza de dicha asignatura, debido a que no se limita al aprendizaje de conocimientos sino al desarrollo de competencias mentales, acogiendo la propuesta de Escribano y Del Valle (2008), en que las competencias van dirigidas hacia tres dimensiones:

1. Comprensión científica por medio de los casos del mundo real
2. Estrategias de razonamiento y de resolución de problemas
3. Estrategias de aprendizaje autodirigido

Lo anterior obliga a utilizar metodologías diferentes al momento de planear, desarrollar y evaluar una clase; es decir, de buscar un nuevo encuentro entre el contenido curricular con la metodología.

El trabajo apuesta por un aprendizaje de la estadística promovido desde los enfoques que buscan la integración y aplicación en situaciones propias de la Contaduría Pública (Escribano y Del Valle, 2008). El propósito es fundamentar el aprendizaje de los estudiantes del III semestre de Contaduría Pública mediante la investigación; donde la Estadística adquiera un verdadero sentido junto en interacción con otros saberes, y a la vez pueda ser la fuente de significado para otras áreas del desarrollo profesional de los estudiantes.

El hecho de trabajar con problemas en el contexto educativo, según Muñoz (2007), no es una idea nueva, lo que la convierte en innovadora es la metodología de lo que se propone. Lo importante es de trascender de la acumulación de reglas y conocimientos rígidos, pasivos que ya se establecen como ciertos, ha pasar a desarrollar estrategias cognitivas poco estructuradas y producir soluciones imposibles de anticipar (Escribano y Del Valle, 2008).

Por otro lado, la sociedad actual reclama calidad en la educación. Esta calidad vista desde los estudios superiores tiene que ver con la forma que se adquiere, procesa, analiza, trasciende, crea y transforma los conocimientos proporcionados con los cambios tan acelerados en tecnología y la innumerable información en todos los campos del saber. Lograr este objetivo exige un estudio estadístico adecuado a estos tiempos, afirmando lo expresado por Batanero (2001), “en el mundo contemporáneo, la educación científica no puede reducirse a una interpretación unívoca y determinista de los sucesos. Una cultura eficiente reclama una educación en el pensamiento estadístico y probabilístico” (p.90). Compromete a adquirir habilidades para: la comunicación, manejo de tecnología y búsqueda de información, la capacidad de funcionar con unas actitudes y disposiciones con flexibilidad y adaptabilidad, la automotivación y autoevaluación, la creatividad, la de trabajar conjuntamente con otros, en fin, de ser competente en un campo propio. Actualmente la relación entre el desarrollo de un país, y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables, permite la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político.

Lo anterior valida la necesidad de modificar la enseñanza de la Estadística Descriptiva, con el fin de formar profesionales capaces de tomar decisiones, basados en investigaciones propias de su campo en situaciones reales presentes en su entorno. La Estadística se puede aplicar en el contexto cercano, los resultados proporcionan una buena oportunidad para mostrar la utilidad de la matemática que identifica y resuelve problemas reales. Se requiere la enseñanza de la Estadística Descriptiva mediante una metodología heurística y activa enfatizando la experimentación y la resolución de problemas.

La Universidad debe motivar y propiciar momentos que involucren la aplicación de teorías que persiguen la construcción del conocimiento desde el entorno, a ejercitar la toma de conciencia crítica de la realidad que le rodea al estudiante, de tal manera que al momento de graduarse no se encuentre con un mundo desconocido laboralmente.

Se tiene conocimiento de varias metodologías que han surgido para la enseñanza de la Estadística descriptiva, pero la propuesta en el presente trabajo no se ha desarrollado como tal. Se han encontrado algunos estudios como, por ejemplo:

- Propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística en los modelos de regresión lineal simple bajo un enfoque constructivista.
- Investigación estadística sobre la posible relación de peso de la mochila y el dolor de espalda durante la adolescencia. (María de Jesús Bazús González. IES El Piles (Gijón)).
- Desarrollo y aplicación de lecciones de Estadística en línea con objetos de aprendizaje en un ambiente universitario (Javier Organista Sandoval-Guilles Larigne).
- Estrategias y argumentos en el estudio descriptivo de la asociación usando microordenadores (Carmen Batanero Bernabeu. Estepa Castro, Jose Antonio).
- Maritza Cuadrado Peraza (Tesis de Maestría en Educación. Universidad Surcolombiana. 2015).

Estos trabajos han abarcado un tema específico dentro de las temáticas que se estudian a nivel primario, nivel secundario y universitario, con buenos resultados y donde se intenta motivar y dar relevancia a la aplicación de la Estadística Descriptiva. Sin embargo, la propuesta que se pretende abordar en este trabajo no se encontró referentes y como se mencionó anteriormente, se tiene previsto su implementación en el curso de Estadística Descriptiva III semestre de Contaduría Pública mediante la investigación en el entorno real y acorde a problemas contables.

Diseño Metodológico

Se presenta una estrategia práctica para ser implementada en la Universidad Surcolombiana, sede La Plata, con el programa de Contaduría Pública, tercer semestre, donde a través de una investigación se aplican conceptos de la Estadística Descriptiva, en un caso del contexto real en la comunidad y se incorpora el paquete estadístico Epi info para su implementación y técnicas de cálculos.

El microdiseño curricular propuesto por la Universidad Surcolombiana del curso de Estadística Descriptiva (Ver anexo 1), establece temas que permiten dimensionar el saber hacer en contexto a través de la investigación y se dan las pautas para llevar a cabo un estudio de una situación problemática; también, Martínez (2005), propone en la primera unidad los pasos a seguir en una investigación estadística, siguiendo los parámetros establecidos por la mayoría de los libros de textos, en los cuales se presentan una serie de ejercicios pre establecidos, que nada tienen que ver con lo que acontece en el entorno actual del estudiante y menos con el contexto profesional, de un contador público.

De igual manera, el campo de la investigación educativa y pedagógica se convierte en ocasiones, en un espacio de confirmación de la teoría mediante la enunciación de los aspectos

técnicos que emergen de la verificación científica y no en la oportunidad privilegiada de acceder a las prácticas que acontecen en el proceso de enseñanza, eje y fuente de toda acción educativa. Se olvida la dimensión del saber hacer en contexto; una investigación de tal índole deja a la educación en el campo abstracto de la idealización o en el de la descripción de argumentos previamente establecidos.

Conclusiones

Luego de abordar el diseño, aplicación y evaluación de la propuesta donde la Investigación es la estrategia pedagógica para el aprendizaje de la Estadística Descriptiva con estudiantes del tercer semestre del programa de Contaduría Pública de la Universidad Surcolombiana sede La Plata, se concluye que:

- Es importante la Investigación como herramienta metodológica para el aprendizaje de la Estadística Descriptiva a través de la problematización de situaciones reales en el campo Contable, porque se evidencia la aplicación y utilización de conocimientos teóricos en el campo profesional, en este caso en Contaduría.
- El 100% de los estudiantes del curso de Estadística Descriptiva con la nueva estrategia consideró que está estructurado de modo claro y comprensible, siendo adecuado su contenido teórico y práctico.
- El estar en el aula de clase recibiendo información y luego el de encontrar, buscar y seleccionar la información en una situación real es una experiencia muy distinta que despierta el interés por producir o evidenciar lo teórico.
- El 100% de los estudiantes del curso de Estadística Descriptiva considera que dicha propuesta le aportó conocimientos nuevos cumpliendo con sus expectativas de aprendizaje, en el caso especificó: la investigación, las clases de investigación, los pasos a tener en cuenta a la hora de investigar, el uso del software estadístico Epi info, la manera de tabular y graficar, relacionar variables, analizar datos de tendencia central, entre otros.
- El 100% de los estudiantes del curso de Estadística Descriptiva consideran que la estrategia involucra la participación de contenidos teóricos que persiguen la construcción de nuevos conocimientos desde su entorno, logrando con esto que al momento de graduarse no se encuentre con un mundo desconocido laboralmente. Además, es una excelente estrategia para motivar a la investigación desde los primeros semestres del programa.

Referencias

- Álvarez, A., y Del Rio. “Educación y desarrollo: la teoría de Vygotsky y la zona de desarrollo próximo”. En C. Coll J Palacios. Marchesi (Eds). Desarrollo psicológico y Educación II.
- Arias, N. C. (2009). *El maestro como gestor de proyectos e investigador social. Interamericana de investigación*. Educación y Pedagogía. Colombia.
- Batanero, M. C., Estepa, A., y Díaz, J. (2001). *Estrategias y argumentos en el estudio descriptivo de la asociación usando microordenadores*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Batanero, C. (2000). *¿Hacia dónde va la educación estadística?*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. España.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Batanero, C. (s.f.). “Los retos de la cultura Estadística”. Conferencia inaugural en la jornada interamericana de la Enseñanza de la Estadística. Buenos Aires. Argentina.
- Batanero, C. y Díaz C. (s. f.). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Batanero, C. y Godino, J. (s. f.). *Perspectiva de la Educación Estadística como área de investigación*. Universidad de Granada. Grupo de investigación en educación Estadística. España.
- Batanero, C., y Godino, J. D. (2000). *Análisis de datos y su didáctica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.
- Becerra, J. M. (s.f.). *Matemáticas básicas. Estadística Descriptiva*. Facultad de Contaduría y Administración. UNAM.
- Durkhem, E. (s.f.). *Investigación cuantitativa: aportaciones de Durkheim*. Madrid. España.
- Escribano, A., y Del Valle, A. (2008). “El aprendizaje basado en problemas”. Una propuesta metodológica en Educación Superior. Narcea, S.A. Madrid. España.
- Eudave, D. (2007). *El aprendizaje de la estadística en estudiantes universitarios de profesiones no matemáticas*. Educación Matemática <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40519203>> ISSN 1665-5826
- Forte, M. A. (s.f.). “La innovación educativa y la calidad de la docencia”. II Jornada de Mejora Educativa de la Universitat Jaume I. I Congreso de la Red Estatal de Docencia Universitaria.
- Forte, M. A. (s.f.). *Metodologías Didácticas para la enseñanza –aprendizaje de competencias*. Unitat de Suport Educatiu (USE) Universitat Jaume I. Espacio Europeo en Educación Superior (EEES).

- Freire, P. (2005). *Pedagogía de la Esperanza*. Un reencuentro con la pedagogía del oprimido. Editores. Siglo veintiuno. México. 2005.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Grajales, G. (2002). *Investigación. Investigación social cuantitativa*. Universidad de Montemorelos. México. 2002.
Madrid. España.
- Hernández, C. J. (s.f.). “*Superdotación, realidades y formas de abordarlo*”. Metodología Didáctica. Departamento de Psicología evolutiva y de la Educación. Universidad de La Laguna.
- Holmes, P. (2002). *La enseñanza de la Estadística*. *Revista Iberoamericana de Educación*. No.48, 1-15. Ed. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (OEI).

Anexos

Tabla 1 Organización y distribución de los momentos

MICRODISEÑO	APLICACIÓN
<p>Sesión 1: Presentación</p> <ul style="list-style-type: none"> .Conceptos Generales: .Presentación del microdiseño. .Aspectos generales: -Estadística Descriptiva e Investigación -Reseña histórica -Conceptos <p>.Organización del Fondo de estudiantes: con el fin de recaudar fondos para el evento académico (Junta directiva)</p> <p>Sesión 2.</p> <ul style="list-style-type: none"> .Selección del tema a investigar (Los ritmos de cada grupo son distintos, se respeta el tiempo de cada grupo) -Planeamiento y preparación de una investigación -El problema a resolver -Construcción de la pregunta -El objeto de la investigación -Las fuentes de información <p>(Definir el objeto o finalidad de la investigación, determinar su naturaleza cuantitativa y cualitativa, la posibilidad de investigación, las fuentes de información, los procedimientos, interpretación, entre otros)</p>	<p>PRIMER MOMENTO:</p> <p>Fase 1: Inducción-Presentación Se da a conocer las directrices de organización y trabajo en general. Se presenta el microdiseño curricular.</p> <p>Fase 2: Conformación y Organización de los grupos de trabajo. Por afinidad (estado civil, disponibilidad de tiempo, trabajo laboral, cercanía, entre otros) se organizan los grupos.</p> <p>Fase 3: Selección del tema a abordar. Cada grupo se invita a indagar, analizar y seleccionar por un problema concerniente a su carrera y dado en La Plata, que pueda dar aplicación a la temática de Estadística Descriptiva.</p>
<p>Sesiones 3-4-5 2.DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS</p> <ul style="list-style-type: none"> .Generalidades- Notación .Datos: Clases de datos .Instrumentos .Tablas de frecuencia .Gráficos estadísticos .Ejemplos del uso de paquetes estadísticos: Excel, "Epi info", entre otros. <p>.RECOLECCIÓN DE DATOS</p> <ul style="list-style-type: none"> .Elaboración de instrumentos (entrevista, observación, encuesta, etc) .Aplicación y recolección de datos (identificando la clase de datos obtenidos para luego su organización) .Elaboración de tablas de frecuencia .Elaboración de gráficos (Aplicación de paquete estadístico: EXCEL, Epi info, "R") <p>Sesiones 6-7-8-9-10-11 3.MEDIDAS DE POSICIÓN Y DE TENDENCIA CENTRAL</p> <ul style="list-style-type: none"> .Términos, definiciones, conceptos generales 	<p>SEGUNDO MOMENTO:</p> <p>Fase 4: Descripción del problema Seleccionada y formulada la pregunta a investigar, se procede a plantear el problema, a buscar la forma de abordarlo, a describir, a redactar los objetivos, la selección de la población, selección de la muestra, determinación de los instrumentos y tipo de investigación.</p> <p>Fase 5: Aplicación Determinada la muestra, verificado cada instrumento, se da aplicación al o los instrumentos seleccionados, se recoge los datos, se tabula, se gráfica, se lleva a la aplicación de dichos datos al paquete estadístico seleccionado (EXCEL, EPI INFO, R) Ajustado al tipo de</p>

MICRODISEÑO	APLICACIÓN
<p>Sesión 1: Presentación</p> <p>.Conceptos Generales: .Presentación del microdiseño. .Aspectos generales: -Estadística Descriptiva e Investigación -Reseña histórica -Conceptos</p> <p>.Organización del Fondo de estudiantes: con el fin de recaudar fondos para el evento académico (Junta directiva)</p> <p>Sesión 2.</p> <p>.Selección del tema a investigar (Los ritmos de cada grupo son distintos, se respeta el tiempo de cada grupo) -Planeamiento y preparación de una investigación .El problema a resolver -Construcción de la pregunta -El objeto de la investigación -Las fuentes de información</p> <p>(Definir el objeto o finalidad de la investigación, determinar su naturaleza cuantitativa y cualitativa, la posibilidad de investigación, las fuentes de información, los procedimientos, interpretación, entre otros)</p>	<p>PRIMER MOMENTO:</p> <p>Fase 1: Inducción-Presentación Se da a conocer las directrices de organización y trabajo en general. Se presenta el microdiseño curricular.</p> <p>Fase 2: Conformación y Organización de los grupos de trabajo. Por afinidad (estado civil, disponibilidad de tiempo, trabajo laboral, cercanía, entre otros) se organizan los grupos.</p> <p>Fase 3: Selección del tema a abordar. Cada grupo se invita a indagar, analizar y seleccionar por un problema concerniente a su carrera y dado en La Plata, que pueda dar aplicación a la temática de Estadística Descriptiva.</p>
<p>Sesiones 3-4-5 2.DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS</p> <p>.Generalidades- Notación .Datos: Clases de datos .Instrumentos .Tablas de frecuencia .Gráficos estadísticos .Ejemplos del uso de paquetes estadísticos: Excel, “Epi info”, entre otros.</p> <p>.RECOLECCIÓN DE DATOS .Elaboración de instrumentos (entrevista, observación, encuesta, etc) .Aplicación y recolección de datos (identificando la clase de datos obtenidos para luego su organización) .Elaboración de tablas de frecuencia .Elaboración de gráficos (Aplicación de paquete estadístico: EXCEL, Epi info, “R”)</p> <p>Sesiones 6-7-8-9-10-11 3.MEDIDAS DE POSICIÓN Y DE TENDENCIA CENTRAL .Términos, definiciones, conceptos generales</p>	<p>SEGUNDO MOMENTO:</p> <p>Fase 4: Descripción del problema Seleccionada y formulada la pregunta a investigar, se procede a plantear el problema, a buscar la forma de abordarlo, a describir, a redactar los objetivos, la selección de la población, selección de la muestra, determinación de los instrumentos y tipo de investigación.</p> <p>Fase 5: Aplicación Determinada la muestra, verificado cada instrumento, se da aplicación al o los instrumentos seleccionados, se recoge los datos, se tabula, se gráfica, se lleva a la aplicación de dichos datos al paquete estadístico seleccionado (EXCEL, EPI INFO, R) Ajustado al tipo de</p>

<p>.Sesiones: 14-15</p> <p>.Análisis y evaluación estadística de los resultados</p> <p>Sesión 16.</p> <p>.Socialización de la investigación ante docentes, representante de la Cámara de Comercio, coordinadora, contadores, y personas conocedoras de los temas trabajados, entre otros</p>	<p>TERCER MOMENTO</p> <p>Fase 7: Evaluación Se organiza el informe escrito, y entre los grupos en la sesión se presenta la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación de la investigación.</p> <p>Los estudiantes deberán presentar lo más significativo de la investigación para el grupo en forma de exposición con ayudas de las TIC y hacer un entrenamiento para la socialización general.</p> <p>Fase 8: Socialización. La socialización se hará a modo de evento académico en el lugar que se acuerde por los grupos. Se harán las respectivas invitaciones para la presentación. Los estudiantes de cada grupo se presentarán con un acompañante. Se hará con prudente anterioridad las invitaciones a las personas que hacen las veces de calificadores, estos son: un docente de Contaduría, un conocedor o experto del tema investigado, la directora de la cámara de comercio.</p>
--	--

Fuente: La autora





Análisis de los Índices de Precipitación Utilizados para el Estudio de la Variabilidad Climática

Néstor Ricardo Bernal Suárez, José Daniel Pabón Caicedo
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, D.C., Colombia,
nrbernals@udistrital.edu.co

José Daniel Pabón Caicedo
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, D.C., Colombia
jdpabonc@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 29 de 2021

Resumen

Este artículo tiene como objetivo explorar el uso de tres índices de precipitación mensual para el estudio de la variabilidad climática en la región climatológica del Alto Magdalena, el primer índice se define como las anomalías estandarizadas, el segundo se expresa en anomalías respecto al valor promedio y el tercero en anomalías con referencia a la mediana, para cada uno de los meses. Se estudian sus propiedades varianza, coeficiente de variación, sesgo, curtosis y estructura de autocorrelación temporal y se comparan sus resultados.

Palabras clave: Índices, anomalías, mediana, variabilidad climática.

Introducción

El análisis de la variabilidad climática es importante para estudiar las relaciones clima y sociedad en el territorio, en este contexto, un elemento meteorológico que resulta de interés es la precipitación, conocer su variabilidad es fundamental. Así resulta de interés conocer el

V3 Coloquio de Educación Estocástica
ISSN 2665-587X (En Línea)

clima y su variabilidad, pues el genera cambios en los procesos socioeconómicos y los ecosistemas (Pabón y Torres, 2007).

Por lo anterior, desde el punto de vista climatológico, la variabilidad climática puede analizarse mediante el análisis de la variabilidad de las series de tiempo de precipitación a nivel mensual, empleando para ello los datos históricos de redes hidrometeorológicas, información satelital o instrumentos de medición como radares.

Las series de tiempo son un caso particular de un proceso estocástico, por ello conocer sus propiedades contribuyen a caracterizarlas y plantear modelos estadísticos que permitan analizar su variabilidad. Así este artículo, ilustra tres alternativas de índices de precipitación, los cuales contribuyen al análisis de la variabilidad climática, en particular, ellos permiten identificar y analizar las anomalías de precipitación para cada uno de los meses en las series de tiempo analizadas.

Acorde a lo anterior, este artículo tiene como objetivo explorar tres índices de precipitación para el estudio de la variabilidad climática y se espera que contribuya a enriquecer la cultura estadística en la educación básica y media, en el componente de las ciencias ambientales y ciencias de la tierra, pues para los profesores y estudiantes se genera el reto de cómo lograr progresivamente un proceso de aprendizaje de conceptos estadísticos y que motive su aplicación en el análisis de variabilidad climática.

Desarrollo de la Comunicación

Los conceptos de clima, variabilidad climática y varianza resultan importantes para el desarrollo de este estudio. “Por clima se entiende las condiciones atmosféricas predominantes durante un período determinado sobre un lugar o una región. Ese período puede ser una semana, o de cinco-diez días, mes(es), años, siglos. Las condiciones predominantes generalmente se cuantifican con el promedio de temperatura del período, el acumulado de precipitación en el periodo o el número de fenómenos extremos ocurrido en el período (IDEAM - UNAL, 2018). Otros autores señalan que el clima es el estado medio de la atmósfera sobre una región determinada (Kneifel, 1973).

La variabilidad climática se refiere:

A las variaciones en los valores promedios del clima a escala temporal y espacial, más allá de los eventos individuales del tiempo. Como ejemplos de variabilidad climática se tendrían sequías extendidas, inundaciones y condiciones resultantes de los eventos de El Niño y La Niña-Oscilación del Sur (ENSO). (USAID, 2007, p. 3)

Una alternativa de representar la variabilidad climática es mediante las anomalías, las cuales consisten en los valores obtenidos como la diferencia entre cada valor una serie de tiempo y el valor promedio para el respectivo mes.

Al analizar las secuencias históricas de anomalías de una variable climatológica determinada para un lugar dado es posible observar una serie de fluctuaciones en las

que se destacan señales con períodos de meses, años y decenios que evidencian la variabilidad climática en las escalas intraestacional, interanual e interdecadal, respectivamente. (Pabón y Montealegre, 2017, p. 21)

El entendimiento de las fluctuaciones espaciales y temporales de las variables como la precipitación incluye un análisis desde el punto de vista físico considerando el estudio de algunos fenómenos como El Niño y La Niña (El Niño-Oscilación del Sur), la Oscilación del Atlántico Norte, los Complejos Convectivos de Meso-Escala, Las Ondas del Este, y la Oscilación Cuasi-bienal (QBO), pues ellos modulan la hidro-climatología de Colombia (Mesa et al., 1997), como también la orografía y la circulación local son factores que influyen en la precipitación, pues la dirección de los vientos al encontrarse con las montañas generan condiciones favorables para la generación de precipitación, teniendo condiciones de contenidos de humedad (Pabón, 2019).

Desde el punto de vista estadístico, una serie de tiempo basada en las mediciones de precipitación a nivel mensual, es una realización o función muestral de un proceso estocástico, el cual es “una familia de variables aleatorias indexadas en el tiempo” (Wei, 2006, p. 12). En el estudio de las series de tiempo, el interés se centra en el análisis de la variabilidad temporal, su estructura de autocorrelación y posibles transformaciones de la serie, siendo este el objetivo de este estudio, pues los tres índices de precipitación realmente son transformaciones de la serie original de precipitación.

El concepto general que cobra relevancia es la varianza, un concepto relacionado es “desviación, definido como la cantidad que difiere el valor de una medida individual de un valor fijo llamado media”. “variabilidad, el hecho de algo puede variar. Ej. La variabilidad del clima o un grado de variabilidad en el tipo de cambio” (Simon y Weiner, 2017, p. 7).

Así, la varianza clásica, mide las fluctuaciones de los datos (mediciones de una variable) respecto al promedio, de esta forma, para ampliar esta mirada, en este artículo, se presentan los siguientes índices:

- a) Índice de precipitación como valores estandarizados: anomalías estandarizadas

Se considera la serie de tiempo Y_t de precipitación a nivel mensual para un período de tiempo de 30 años o en algunos casos de menor longitud por restricciones de disponibilidad de información, para cada uno de los meses el índice de precipitación consiste en realizar la siguiente transformación para cada uno de los meses del año:

$$I_{1t} = \frac{y_t - \bar{y}}{s}$$

El valor promedio (\bar{y}) y desviación estándar (s) se obtiene para cada una de los meses del año, es decir, el índice se calcula para cada el dato correspondiente a cada mes y las anomalías son respecto al mes respectivo y luego se analiza la serie de tiempo de longitud 360 meses: $30 * 12 = 360$.

A este índice I_{1t} , también se le denomina puntuación z, el cual “mide la distancia entre una observación y la media, medida en unidades de desviación estándar” (Mendenhall et al., 2008)

La distancia para cada valor de la serie de tiempo, y_t , al promedio, se expresa:

$$(y_t - \bar{y}) = I_{1t} * s$$

- b) Índice de precipitación como valores relativos respecto al promedio: anomalías respecto al promedio

$$I_{2t} = \frac{y_t - \bar{y}}{\bar{y}}$$

El valor promedio (\bar{y}) corresponde al promedio para cada uno de los meses, es decir, las anomalías respecto al promedio se calculan para cada mes.

- c) Índice de precipitación como valores relativos respecto a la mediana: anomalías respecto a la mediana

$$I_{3t} = \frac{Y_t - m}{m}$$

El valor de la mediana (m) corresponde a la mediana para cada uno de los meses, es decir, las anomalías respecto a la mediana se calculan para cada mes.

- Estadísticos para los tres índices.

En la tabla 1, se presentan los estadísticos para cada una de las series de precipitación para cada mes: i) original (ii) anomalías estandarizadas, iii) anomalías respecto al promedio y iv) anomalías respecto a la mediana.

Tabla 1. Estadísticos para cada una de las series de tiempo para cada mes

Serie de tiempo	Transformación, datos de la serie	Promedio	Varianza	Desviación estándar	Rango
Y_t	y_t	\bar{y}	s^2	s	R_{y_t} $= Y_{t,máx} - Y_{t,mín}$
I_1	$I_{1t} = \frac{y_t - \bar{y}}{s}$	$\bar{I}_1 = 0$	$s_{I_1}^2 = 1$	$s_{I_1} = 1$	$R_{I_1} = \frac{R_{y_t}}{s}$

Serie de tiempo	Transformación, datos de la serie	Promedio	Varianza	Desviación estándar	Rango
I_2	$I_{2t} = \frac{y_t - \bar{y}}{\bar{y}}$	$\bar{I}_2 = 0$	$s_{I_2}^2 = \left(\frac{1}{\bar{y}^2}\right) * s^2$	$s_{I_2} = \sqrt{s_{I_2}^2}$	$R_{I_2} = \frac{R_{y_t}}{\bar{y}}$
I_3	$I_{3t} = \frac{Y_t - m}{m}$	$\bar{I}_3 = 0$ $\bar{I}_3 < 0^*$ $\bar{I}_3 > 0^*$	$s_{I_3}^2 = \left(\frac{1}{m^2}\right) * s^2$	$s_{I_3} = \sqrt{s_{y^3}^2}$	$R_{I_3} = \frac{R_{y_t}}{m}$

* Este valor promedio será mayor o menor que cero, dependiendo del grado de sesgamiento de la distribución para el mes analizado

Acorde a la tabla anterior, se puede señalar, para cada serie de tiempo:

- La serie de tiempo de precipitación original representa la variabilidad climática en la estación meteorológica analizada, con la notación que se emplea se asume que la serie posee un promedio constante y una varianza constante para cada mes.
- La serie expresada en anomalías estandarizadas, su promedio es cero, su varianza es 1 y desviación estándar es 1.
- La serie expresada en anomalías respecto al promedio, su promedio es cero y varianza se reduce respecto a la varianza de la serie original, teniendo en cuenta el factor $\left(\frac{1}{\bar{y}^2}\right)$
- La serie expresada en anomalías respecto a la mediana, su promedio tenderá al valor de cero, sin embargo, dependiendo del grado de sesgamiento de la distribución de los datos para el mes analizado, puede ser mayor o menor que cero y la varianza se reduce respecto a la varianza de la serie original, teniendo en cuenta el factor $\left(\frac{1}{m^2}\right)$

Funciones de autocorrelación

A continuación, se describe la función de autocorrelación total estimada (Wei, 2006)

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \frac{n}{4}$$

Al gráfico de k vs. $\hat{\rho}_k$ se le denomina correlograma.

Y la función de autocorrelación parcial

$$\hat{\Phi}_{11} = \hat{\rho}_1$$

$$\hat{\Phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\Phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\Phi}_{kj} \hat{\rho}_j}$$

$$\hat{\Phi}_{k+1,j} = \hat{\Phi}_{kj} - \hat{\Phi}_{k+1,k+1}\hat{\Phi}_{k,k+1-j}, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

Acorde a (Wei, 2006), “la función de autocorrelación parcial investiga la correlación entre Y_t y Y_{t+k} después de que su dependencia lineal mutua sobre las variables que intervienen Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots , y Y_{t+k-1} ha sido eliminado, así la función de autocorrelación parcial es la correlación condicional”.

$$\text{Corr}(Y_t, Y_{t+k}/Y_{t+1}, \dots, Y_{t+k-1})$$

Otra alternativa de expresar las autocorrelaciones parciales es como los coeficientes estimados al considerar K ecuaciones de regresión (Pankratz, 1991).

$$Y_t = C_1 + \phi_{11}Y_{t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$Y_t = C_2 + \phi_{21}Y_{t-1} + \phi_{22}Y_{t-2} + \varepsilon_{2,t}$$

$$Y_t = C_K + \phi_{K1}Z_{t-1} + \phi_{K2}Z_{t-2} + \dots + \phi_{KK}Z_{t-k} + \varepsilon_{K,t}$$

Las autocorrelaciones parciales en los rezagos $k = 1, 2, \dots, K$ es el último coeficiente (ϕ_{kk}) en cada ecuación, los cuales son estimados empleando los datos de la serie de tiempo.

Estimación del promedio e intervalos de confianza

Cuando se analizan las series de tiempo para cada mes, un interés es estimar el promedio para la serie original de precipitación o el promedio de las anomalías, es por ello que a continuación se presentan dos casos, i) la estimación del promedio e intervalo de confianza para el caso clásico de muestreo (Ospina, 2008) y ii) la estimación del promedio e intervalo de confianza considerando la estructura de autocorrelación temporal para las series de tiempo original de precipitación de cada mes (Storch y Zwiers, 1999).

Caso 1: Estimación del promedio e intervalo de confianza clásico

$$\bar{y} \pm t_{n-1} ee(\bar{y})$$

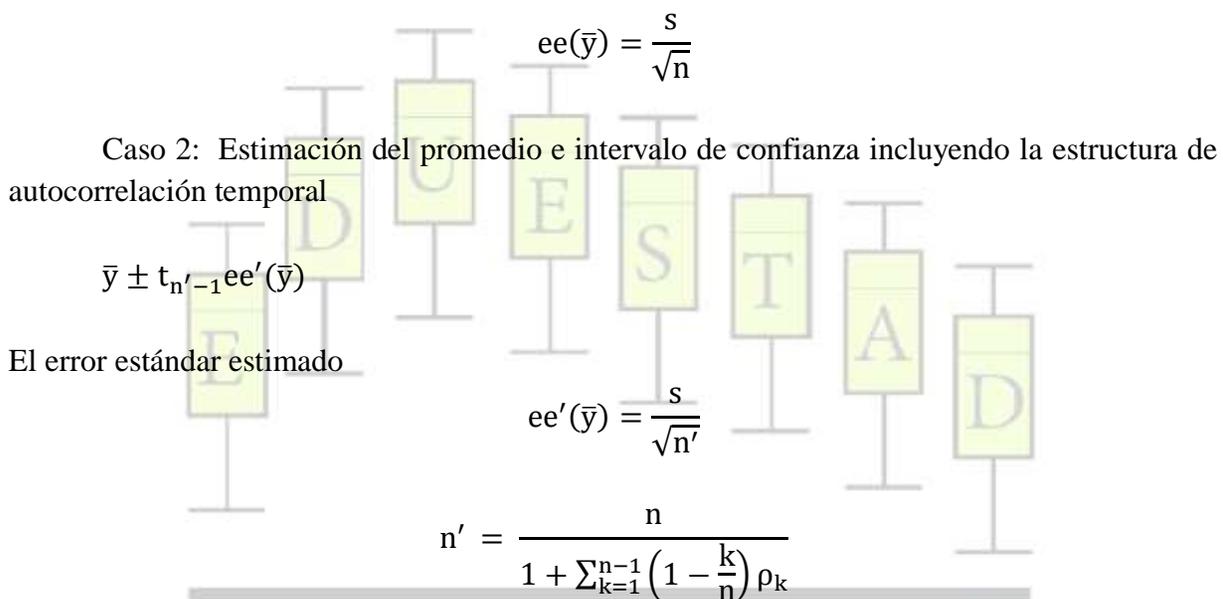
El error estándar estimado

$$ee(\bar{y}) = \left(\sqrt{1 - \frac{n}{N}} \right) \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Para el caso que se trata en este artículo, el factor que se expresa entre el paréntesis se aproxima al valor 1, pues realmente, se abordan las series de tiempo de longitud n , que corresponde al total de años analizados y para el mes específico tratado. Desde el punto de vista de diseños de muestreo, N representa el tamaño de población finita.

Respecto a t_{n-1} corresponde al percentil de una variable t – student con $(n - 1)$ grados de libertad con un nivel de confianza $(1 - \alpha)$, para el estudio de caso analizado se empleará un nivel de confianza del 95%.

Por lo anterior, el error estándar estimado que se considera para la construcción del intervalo de confianza es:



n' corresponde al tamaño de muestra equivalente, que corresponde al tamaño de muestra que equivaldría al tener datos no autocorrelacionados, es decir, para la situación que la serie de tiempo sea ruido blanco.

Se espera que $n' < n$, “ello ocurre cuando las series de tiempo son persistentes, por ejemplo, para el caso de las anomalías, cuando sus valores adyacentes tienen el mismo signo, es posible que $n' > n$ cuando las anomalías adyacentes tienden a tener signos opuestos” (Storch, H. y Zwiers, F., 1999).

A continuación, se presentan los resultados, organizados así: i) serie de tiempo de precipitación original, ii) series de tiempo de los tres índices de precipitación, iii) histograma y estimación empírica de la función de densidad de probabilidad y iv) gráficos de la funciones de autocorrelación total y parcial para las series de tiempo completas de precipitación original y tres índices y v) gráficos de la funciones de autocorrelación total y parcial para la serie de tiempo para los meses de enero para la estación meteorológica con código 21015020 del

Ideam y ubicada en el municipio de Pitalito y la serie de tiempo para los meses de mayo para la estación meteorológica con código 21020050 y localizada en el municipio de Elías. Ambas estaciones están en la región sur del departamento del Huila en Colombia y pertenecen a la región climatológica del Alto Magdalena. A las dos series de tiempo previamente se les realizó el proceso de estimación de datos faltantes, con el apoyo técnico de la Subdirección de Meteorología del Ideam, empleando modelos ARIMA (Bernal et al., 2011), (Bernal et al., 2012), (Lombana et al., 2018). Los datos de las dos series que se analizan en este artículo se pueden descargar en este enlace: <https://udnetcloud.udistrital.edu.co/s/5tUkmNAzexlvP5X>

En la tabla 2, se presentan la información general de cada una de las estaciones meteorológicas.

Tabla 2. Estaciones meteorológicas analizadas

Código estación meteorológica	Período analizado	Departamento	Municipio	Elevación (m.s.n.m.)	Latitud	Longitud	Mes analizado
21015020	1972 a 2008	Huila	Pitalito	1320	-76.125	1.822	Enero
21020050	1980 a 2008	Huila	Elías	1046	-76.014	1.984	Mayo

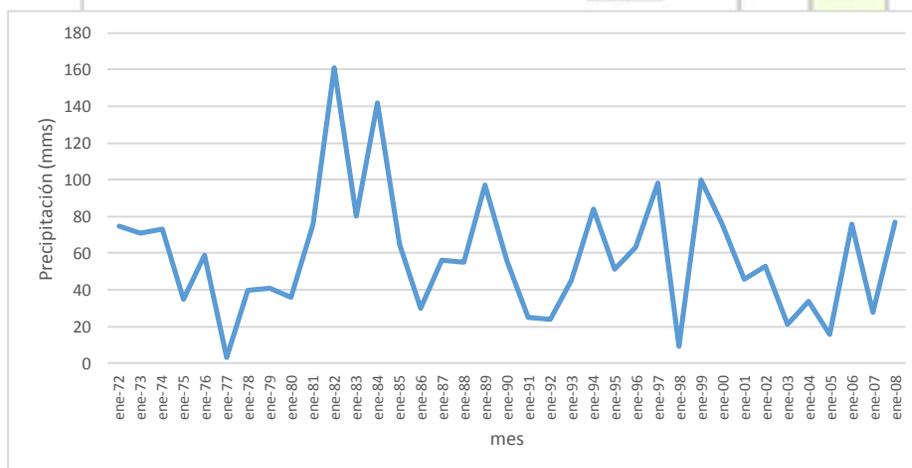


Figura 1. Serie de tiempo de precipitación, mes enero, estación 21015020

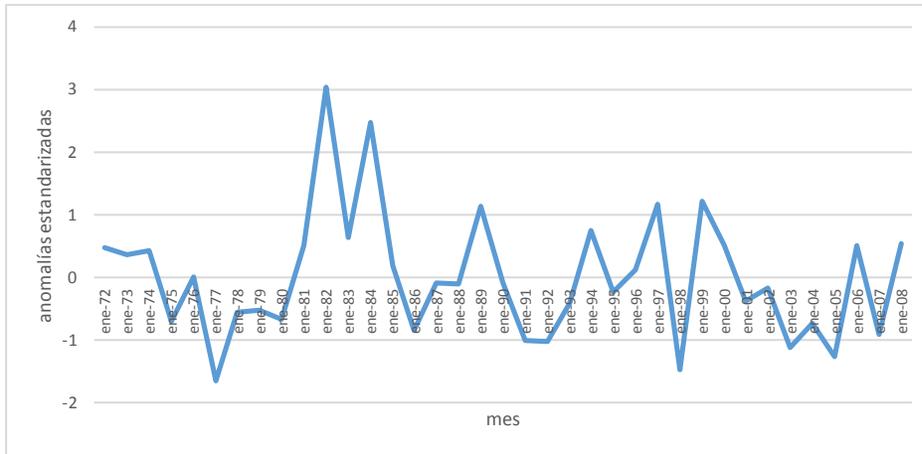


Figura 2. Serie índice de anomalías estandarizadas, mes enero, estación 21015020

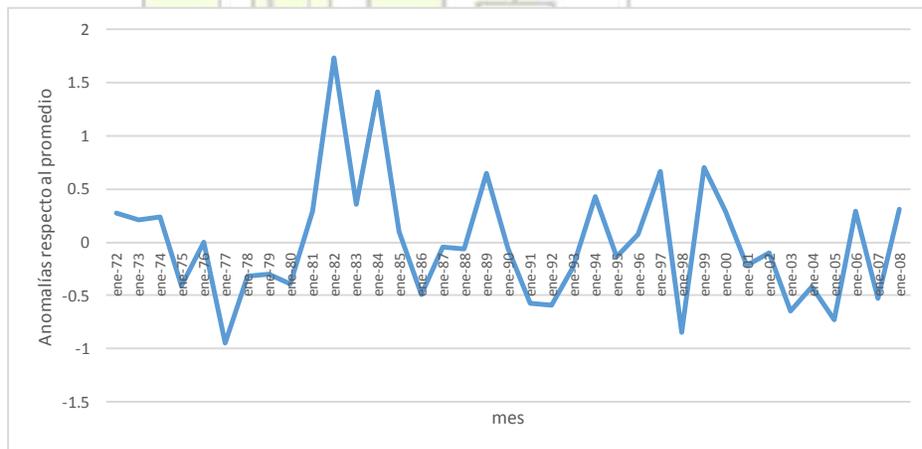


Figura 3. Serie índice de anomalías respecto al promedio, mes enero, estación 21015020

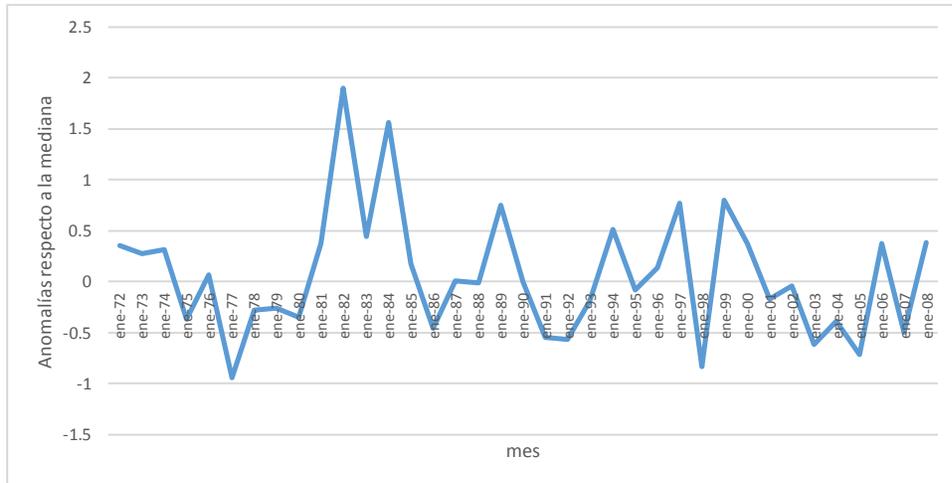


Figura 4. Serie índice de anomalías respecto a la mediana, mes enero, estación 21015020

En la Figuras 5, se ilustran el histograma y estimación de la función de densidad de probabilidad de la precipitación de los meses de enero, es importante señalar que aun cuando se evidencia una distribución sesgada, empleando la prueba estadística Kolmogorov-Smirnov, el p-valor: 0.20, por lo tanto, se concluye que el modelo probabilístico es normal y al emplear una prueba de Shapiro-Wilk, el p-valor: 0.051, se concluye también que el modelo es normal, en ambos casos con un nivel de confianza del 95%.

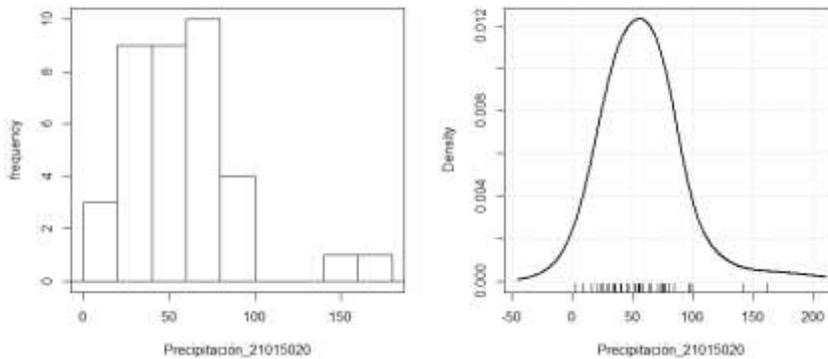


Figura 5. Histograma y función de densidad de probabilidad empírica, empleando el software R (R Core Team, 2021), mes enero, estación 21015020

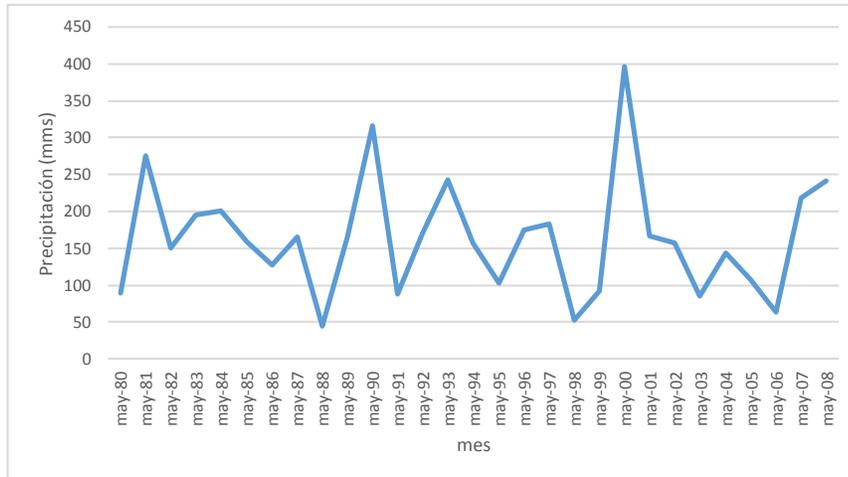


Figura 6. Serie de tiempo de precipitación, mes mayo, estación 21020050

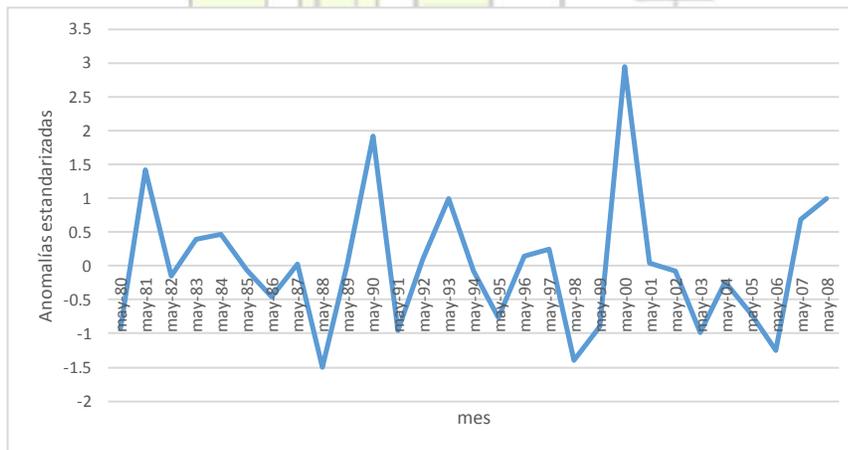


Figura 7. Serie índice de anomalías estandarizadas, mes mayo, estación 21020050

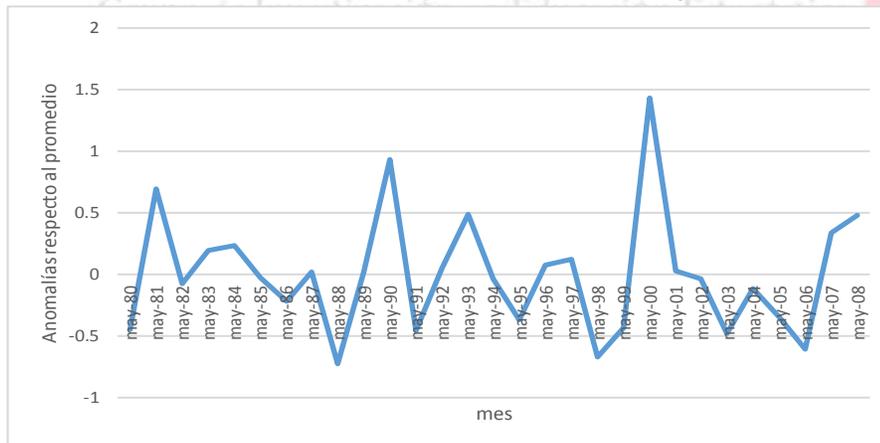


Figura 8. Serie índice de anomalías respecto al promedio, mes mayo, estación 21020050

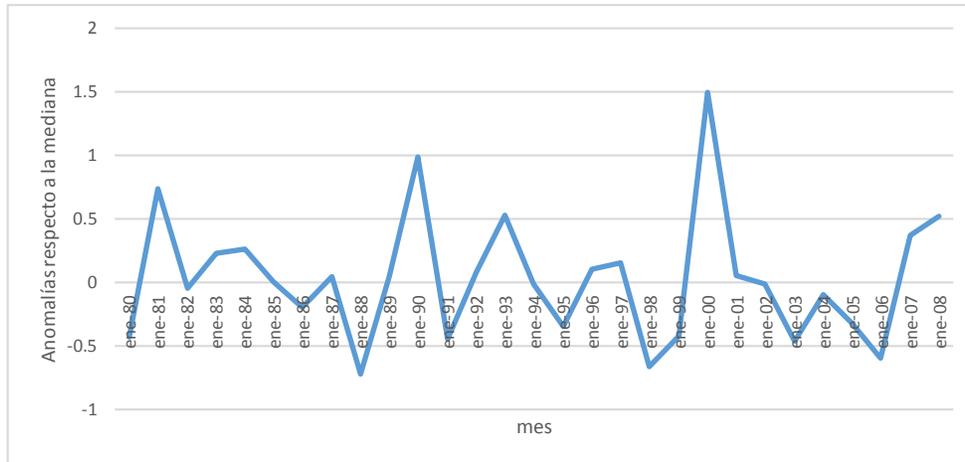


Figura 9. Serie índice de anomalías respecto a la mediana, mes mayo, estación 21020050.

En la Figura 10, se ilustran el histograma y estimación de la función de densidad de probabilidad de la precipitación de los meses de mayo, para este caso también se evidencia una distribución sesgada, empleando la prueba estadística Kolmogorov-Smirnov, con un p-valor: 0.20, por lo tanto, se concluye que el modelo probabilístico es normal y al emplear una prueba de Shapiro-Wilk, p-valor: 0.081, también se concluye que el modelo es normal, en ambos casos se emplea un nivel de confianza del 95%.

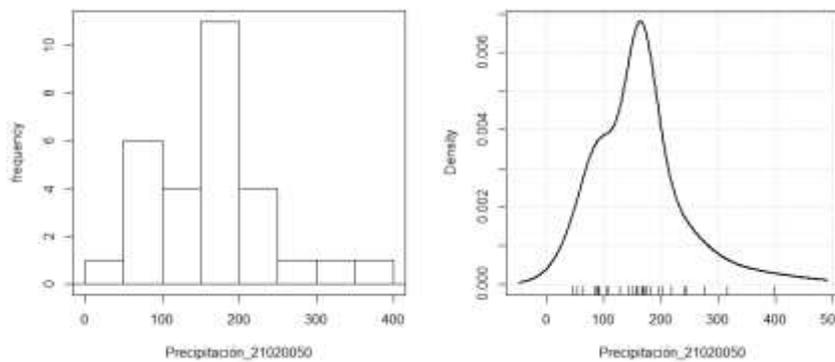


Figura 10. Histograma y función de densidad de probabilidad empírica, mes mayo, estación 21020050

En las Tablas 3 y 4, se presentan los valores de los estadísticos para cada una de las estaciones de análisis, se observa que los coeficientes de sesgamiento y curtosis para la serie original de precipitación y los tres índices no cambian.

Tabla 3. Estación meteorológica 21015020

Serie de tiempo	Promedio	Mediana	Varianza	Desviación estándar	Rango	Sesgamiento	Curtosis
Y_t	58.82	55.51	1135.33	33.69	158.00	0.97	1.63
I_1	0.00	-0.10	1.00	1.00	4.69	0.97	1.63
I_2	0.00	-0.06	0.33	0.57	2.69	0.97	1.63
I_3	0.06	0.00	0.37	0.61	2.85	0.97	1.63

Tabla 4. Estación meteorológica 21020050

Serie de tiempo	Promedio	Mediana	Varianza	Desviación estándar	Rango	Sesgamiento	Curtosis
Y_t	163.34	159.00	6302.59	79.39	353.00	0.98	1.52
I_1	0.00	-0.05	1.00	1.00	4.45	0.98	1.52
I_2	0.00	-0.03	0.24	0.49	2.16	0.98	1.52
I_3	0.03	0.00	0.25	0.50	2.22	0.98	1.52

En las Figuras 11 y 12, se presentan los valores de precipitación ordenados e incluyendo los valores promedio y mediana, lo cual permite visualizar que en general los tres índices corresponden a valores relativos respecto a la desviación estándar (para el caso de anomalías estandarizadas), con relación al promedio, barra de color rojo (para el caso de anomalías respecto al promedio) y con respecto a la mediana, barra de color verde (para el caso de anomalías respecto a la mediana). Las figuras ilustran que hay años en los cuales los valores de precipitación para cada mes analizado tienden a ser mayores o menores respecto al valor de referencia considerado (desviación estándar, promedio o mediana), precisamente dichos valores ordenados de precipitación permiten visualizar la variabilidad climática. En particular, para el caso de la mediana, el valor representa un valor de precipitación para el cual el 50% de los años analizados supera el valor de la mediana y el restante 50% su valor de precipitación es menor o igual al valor de la mediana, que para los meses de enero el valor es 55.51 mms (valor representado con el color verde en la Figura 11).

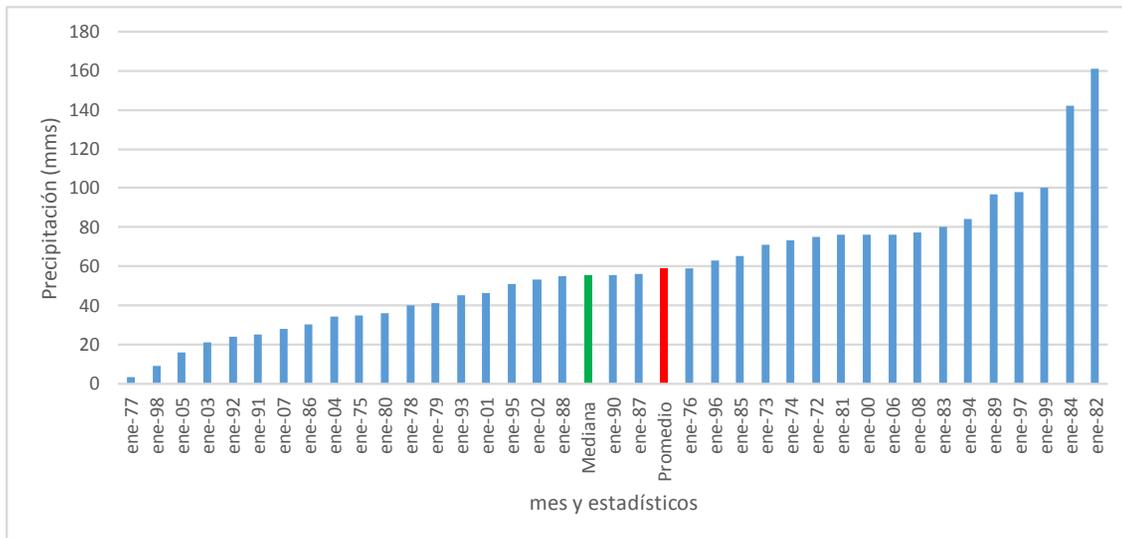


Figura 11. Serie de tiempo ordenada de precipitación, mes enero, estación 21015020

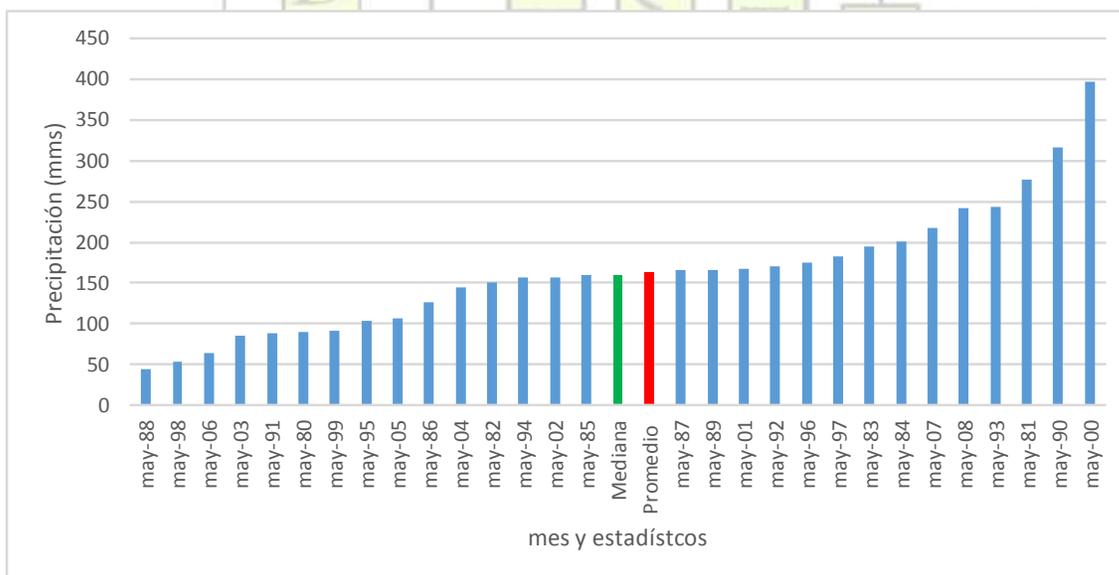


Figura 12. Serie de tiempo ordenada de precipitación, mes mayo, estación 21020050

- Descripción de la estructura de autocorrelación

Una característica importante en el análisis de las series de tiempo corresponde a las funciones de autocorrelación total y parcial.

La función de autocorrelación total y parcial permiten identificar el tipo de serie de tiempo analizada, y corresponde a conocer la estructura de correlación entre los datos de la serie distanciados k rezagos o retardos. Algunos autores se han interesado por el estudio de estas funciones, pues ellas contribuyen a identificar el proceso estocástico asociado a la serie

de tiempo observada (pues la serie es una realización del proceso), por ejemplo, en aplicaciones de estimación de datos faltantes y modelación de series de tiempo empleando los enfoques de modelos ARIMA (Martínez et al., 1996), (Nieto y Ruiz, 2002), modelos de umbrales (Zhang y Nieto, 2016).

A continuación, se presentan las funciones de autocorrelación de la serie original de precipitación y de cada uno de los tres índices de precipitación para cada una de las estaciones analizadas empleando el software SPSS (SPSS, 2009). Posteriormente se ilustran las funciones de autocorrelación para la serie de los meses de enero para estación 21015020 y la serie para los meses de mayo para la estación 21020050.

Con el fin de lograr una estimación de los valores de las autocorrelaciones, el número de rezagos que se incluyen en cada caso corresponde aproximadamente al valor de $\frac{n}{4}$, donde n corresponde a la longitud de la serie (Wei, 2006), por ello el número de rezagos para la series de tiempo de la estación 21015020 incluyó 108 rezagos (corresponden a 108 meses, es decir, 9 años) y en caso de la segunda estación 21020050 incluyó 84 rezagos (corresponden a 84 meses, es decir, 7 años). Para el caso de las series de los meses para ambas estaciones se consideraron 9 rezagos (que equivalen a 9 años), aun cuando la primera estación posee registros mensuales históricos de 37 años y la segunda 28 años.

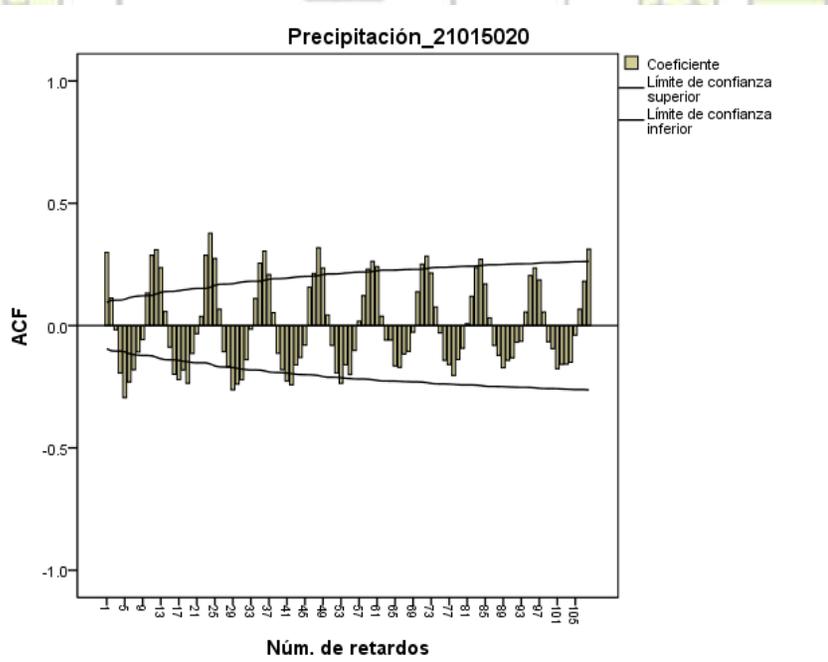


Figura 13. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo de precipitación original, estación 21015020

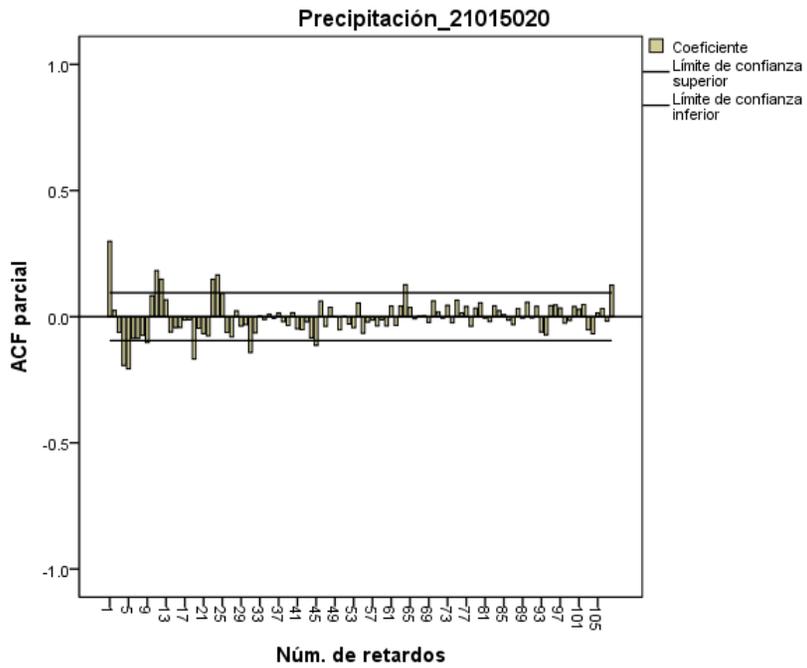


Figura 14. Función de autocorrelación parcial, estación 21015020

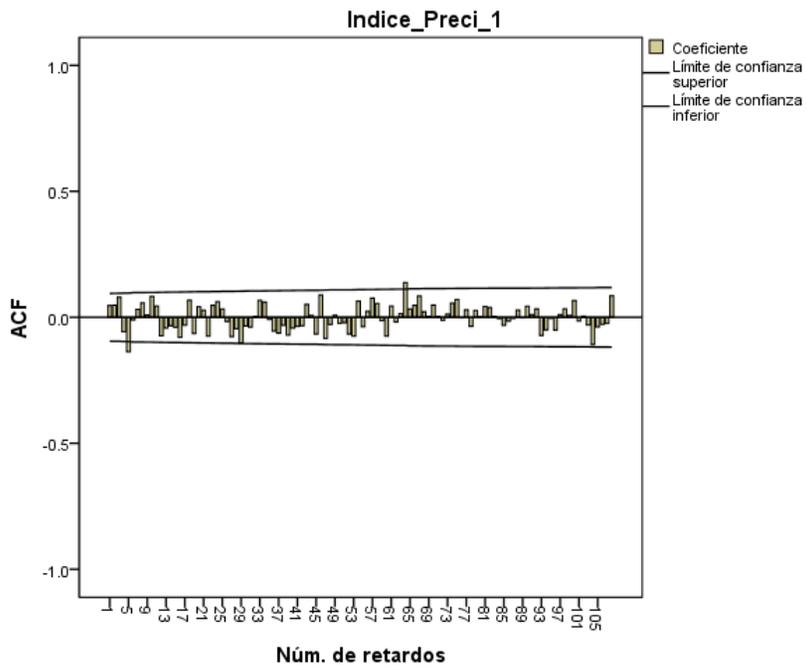


Figura 15. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo de anomalías estandarizadas, estación 21015020

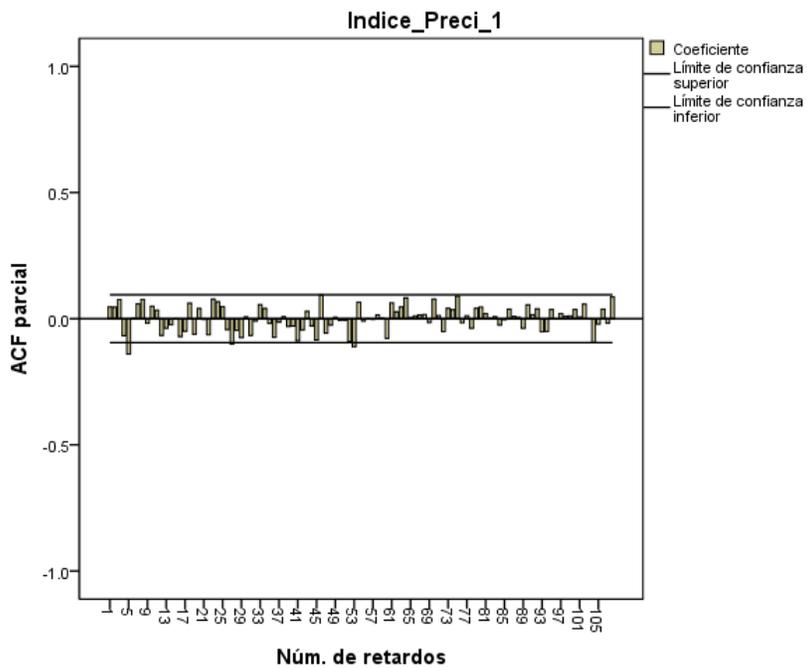


Figura 16. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de tiempo de anomalías estandarizadas, estación 21015020

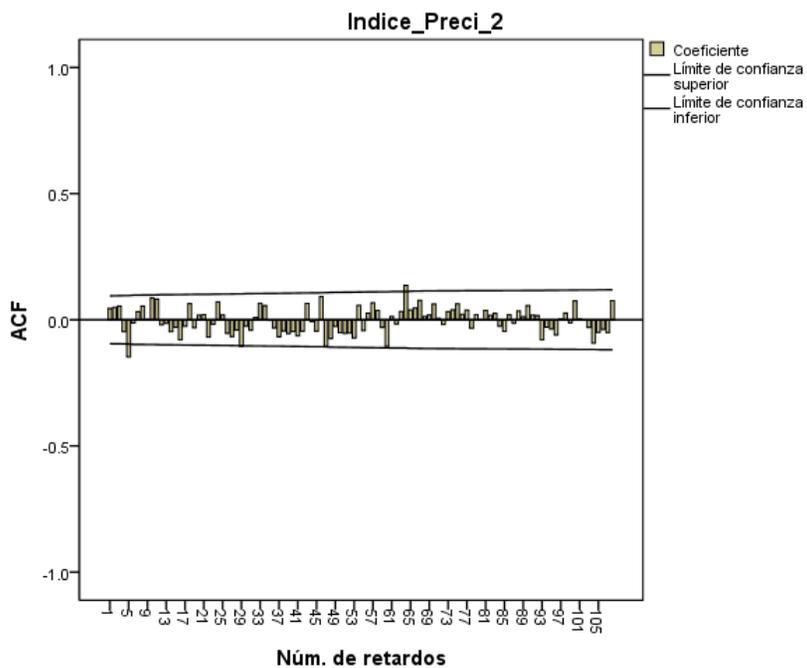


Figura 17. Función de autocorrelación total para toda la serie de anomalías respecto al promedio, estación 21015020

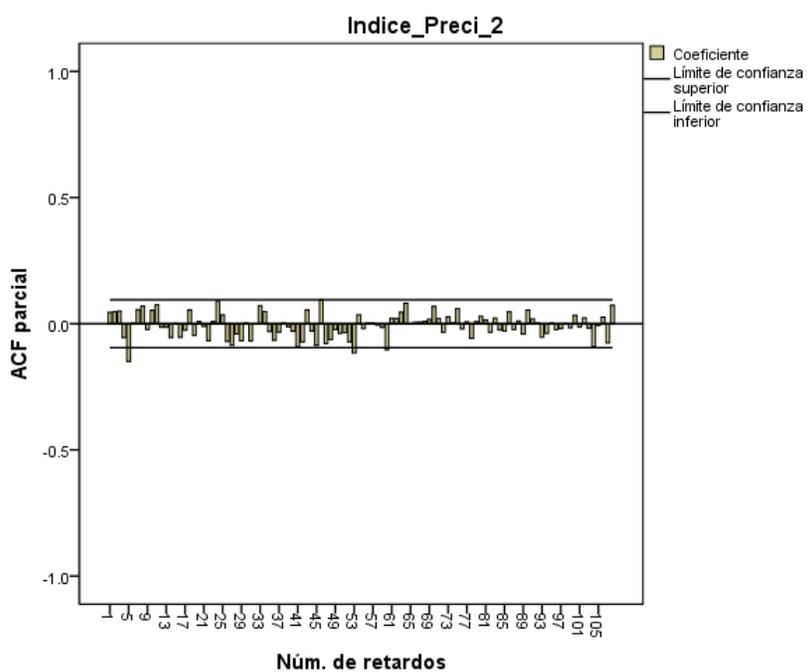


Figura 18. Funciones de autocorrelación parcial para toda la serie de anomalías respecto al promedio, estación 21015020

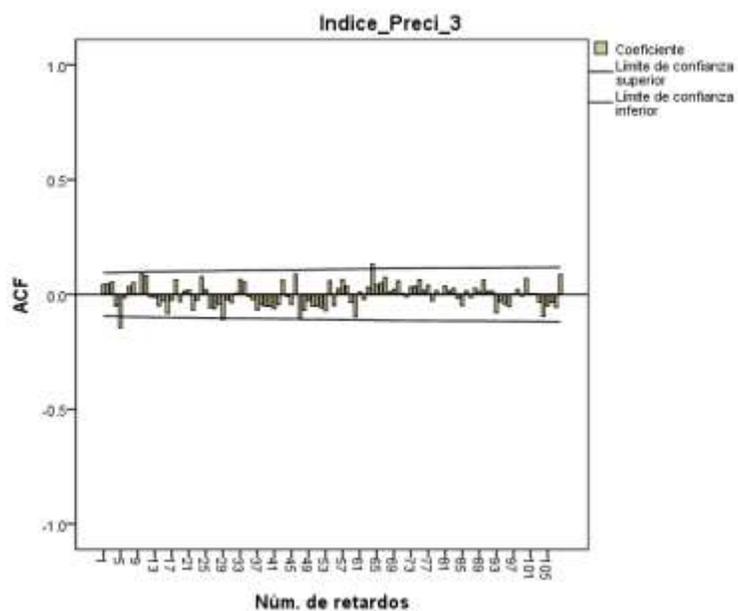


Figura 19. Función de autocorrelación total para toda la serie de anomalías respecto a la mediana, estación 21015020

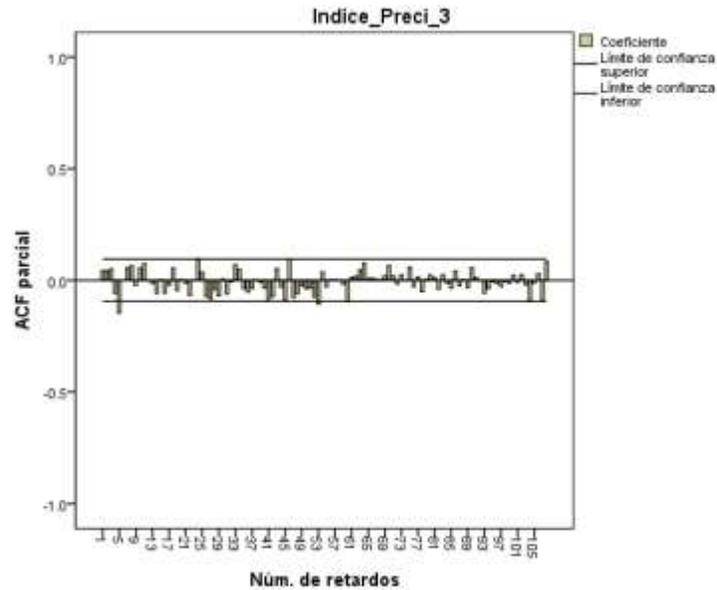


Figura 20. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de anomalías respecto a la mediana, estación 21015020

Y en las siguientes figuras se ilustran las funciones de autocorrelación total y parcial para la subserie de tiempo para los meses de enero, correspondiente a 37 años.

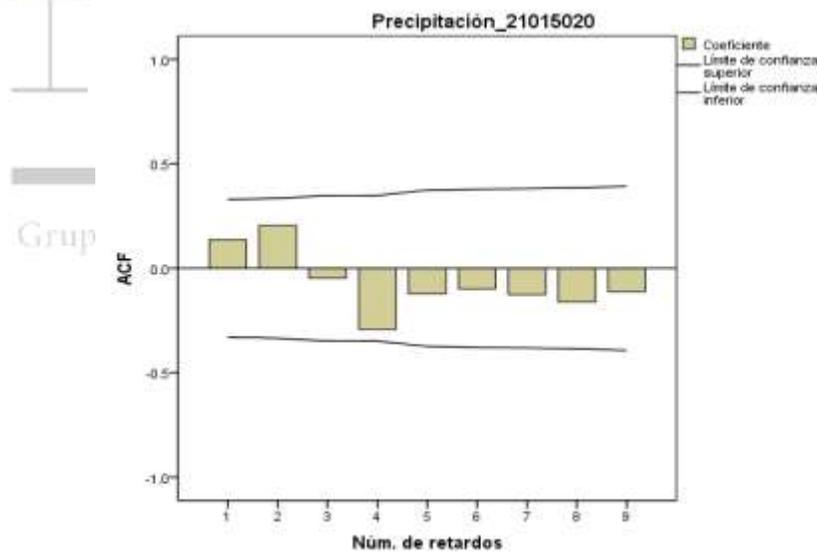


Figura 21. Función de autocorrelación total para la serie de tiempo de los eneros, estación 21015020

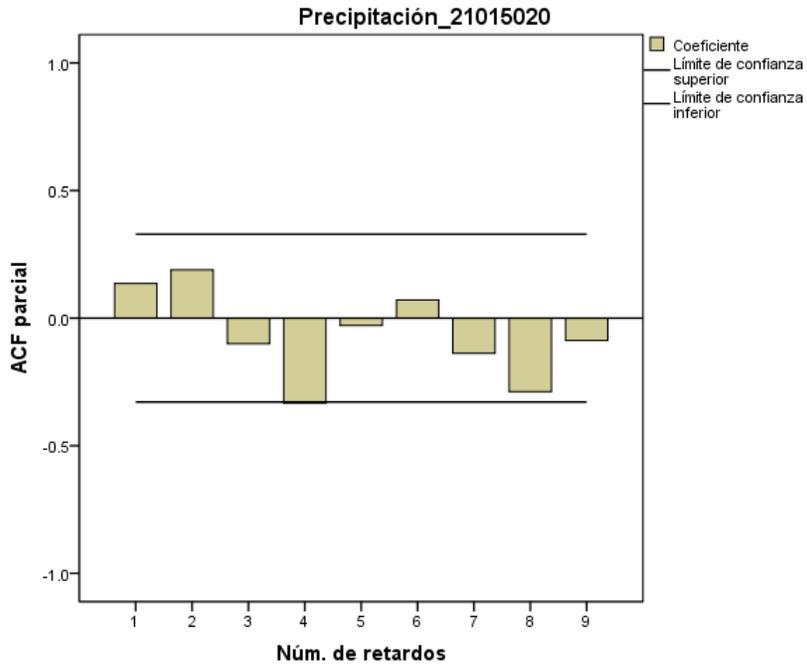


Figura 22. Función de autocorrelación parcial para la serie de tiempo de los eneros, estación 21015020

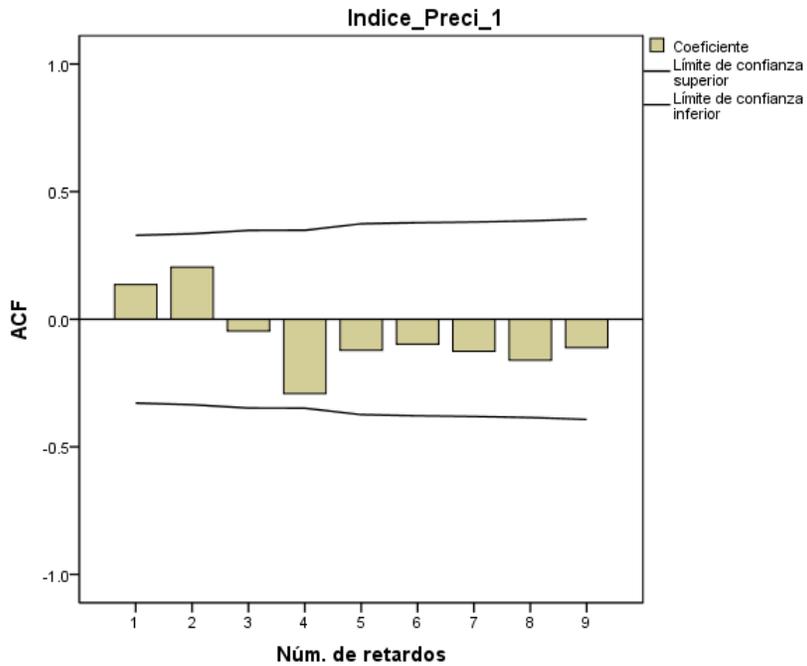


Figura 23. Función de autocorrelación total para la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas para los eneros, estación 21015020

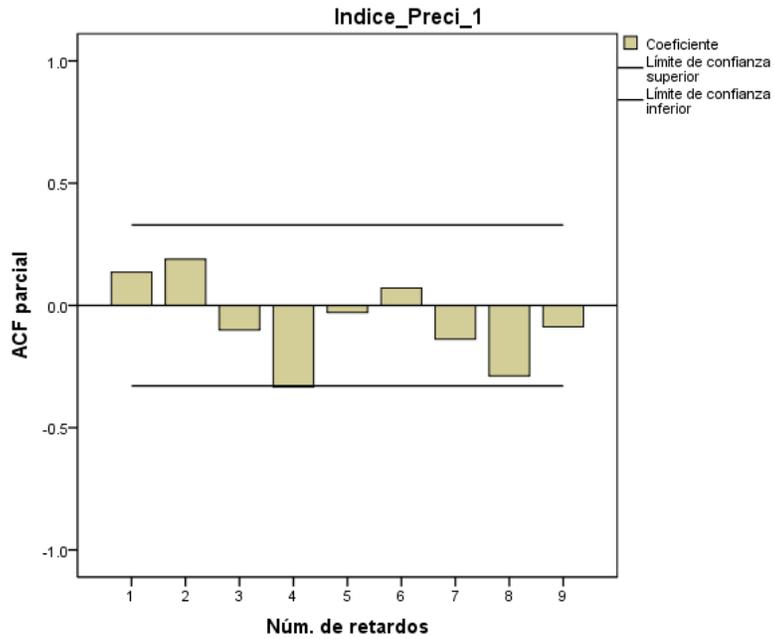


Figura 24. Función de autocorrelación parcial para la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas para los eneros, estación 21015020

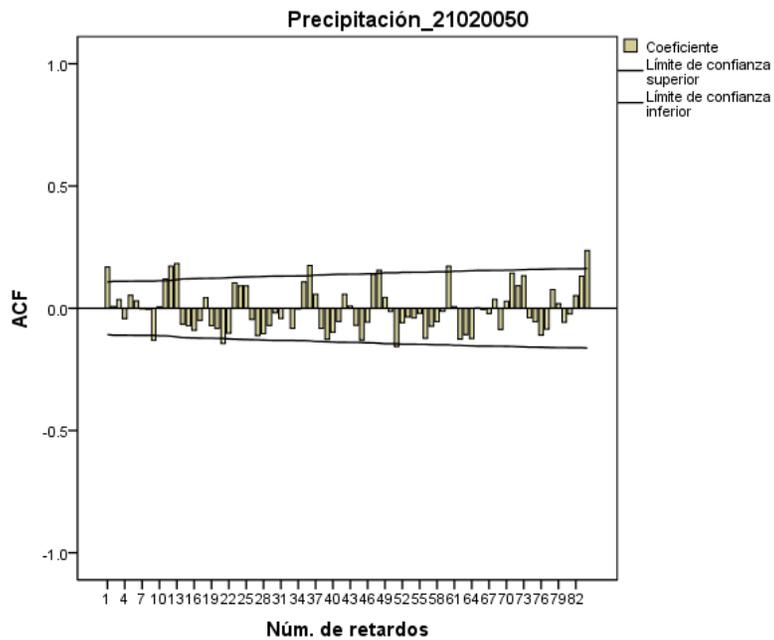


Figura 25. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo original de precipitación, estación 21020050

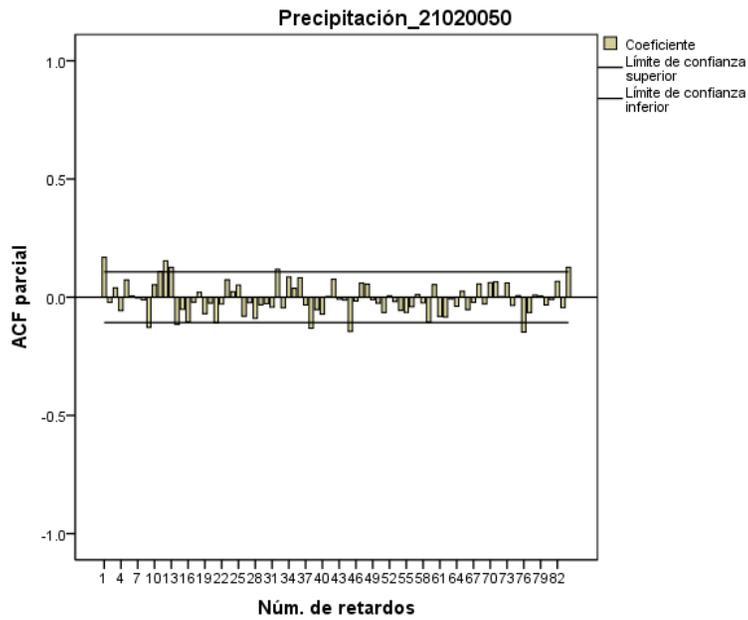


Figura 26. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de tiempo, estación 21020050

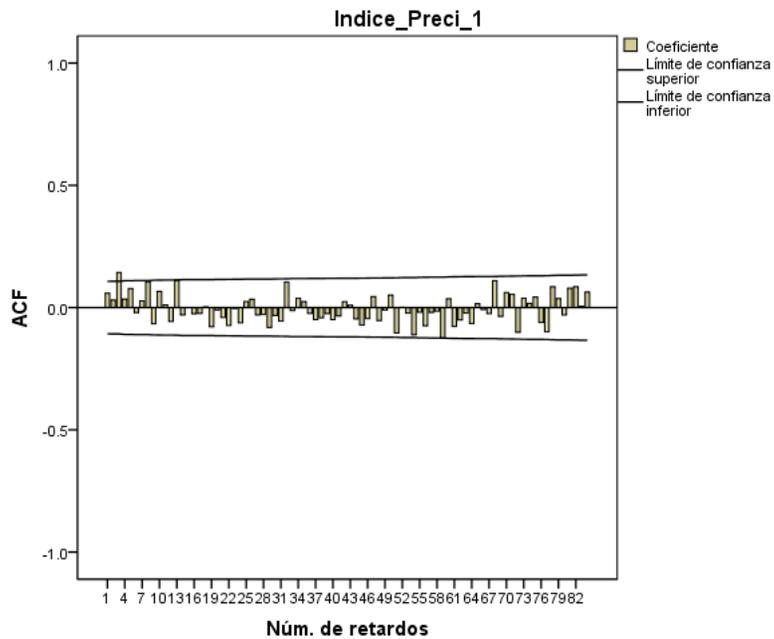


Figura 27. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas, estación 21020050

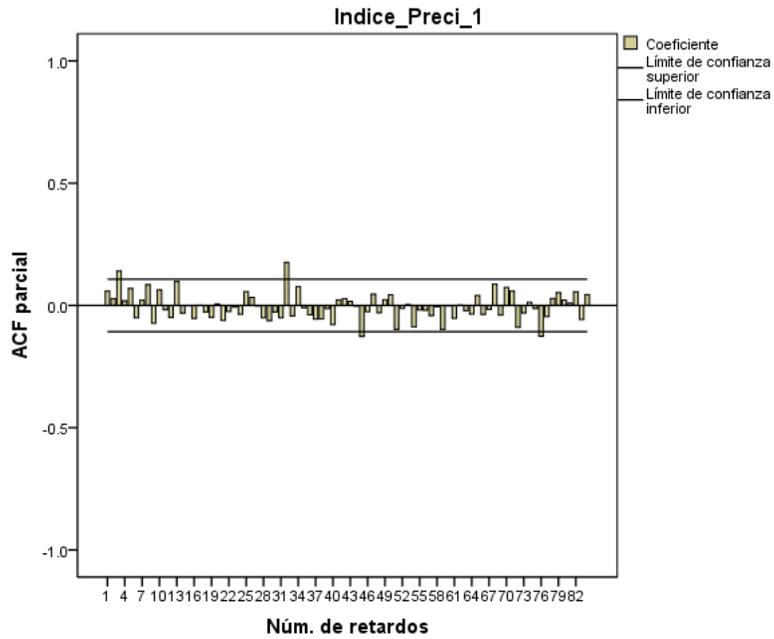


Figura 28. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas, estación 21020050

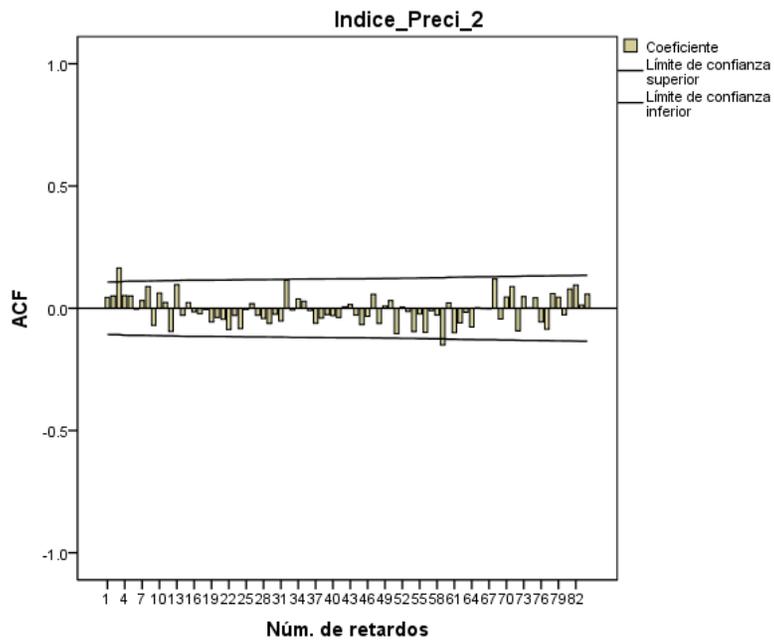


Figura 29. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo de las anomalías respecto al promedio, estación 21020050

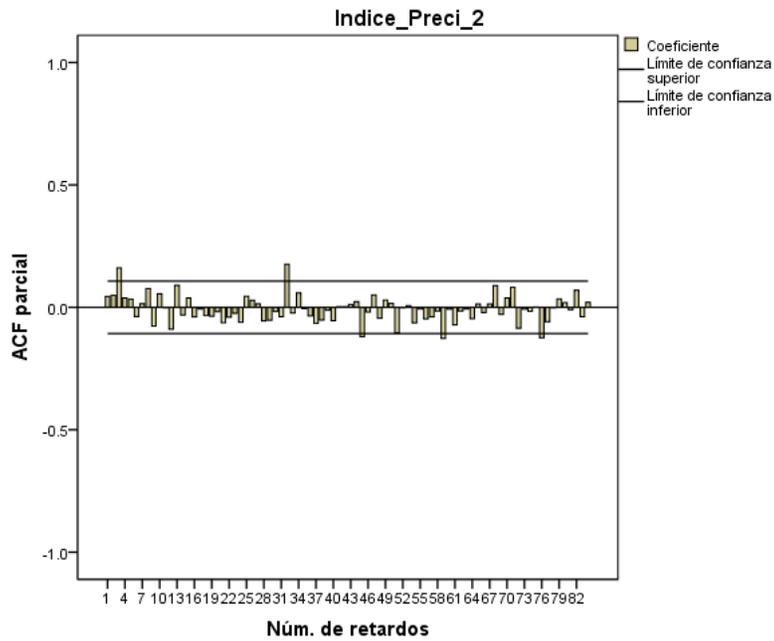


Figura 30. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de tiempo de las anomalías respecto al promedio, estación 21020050

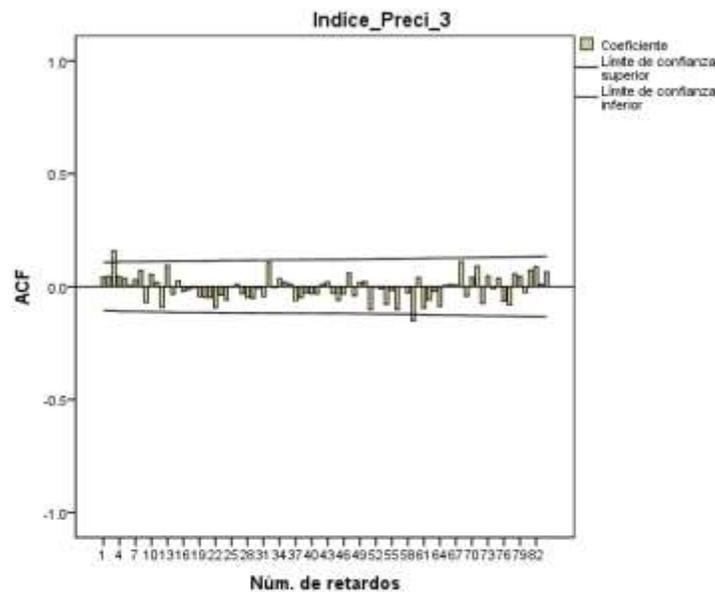


Figura 31. Función de autocorrelación total para toda la serie de tiempo de las anomalías respecto a la mediana, estación 21020050

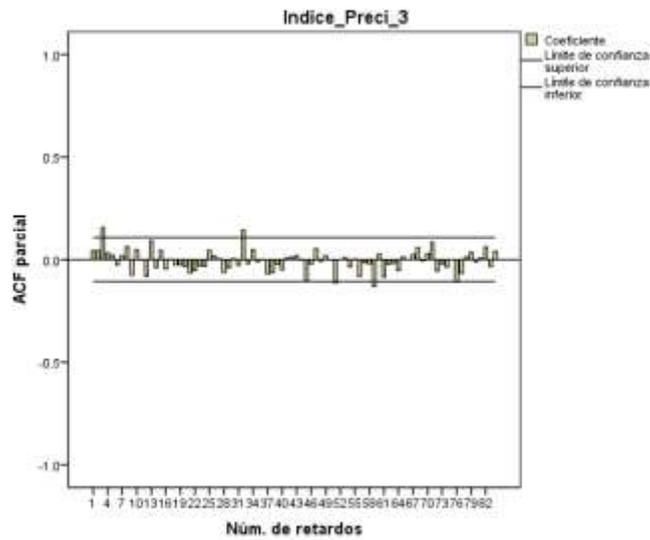


Figura 32. Función de autocorrelación parcial para toda la serie de tiempo de las anomalías respecto a la mediana, estación 21020050

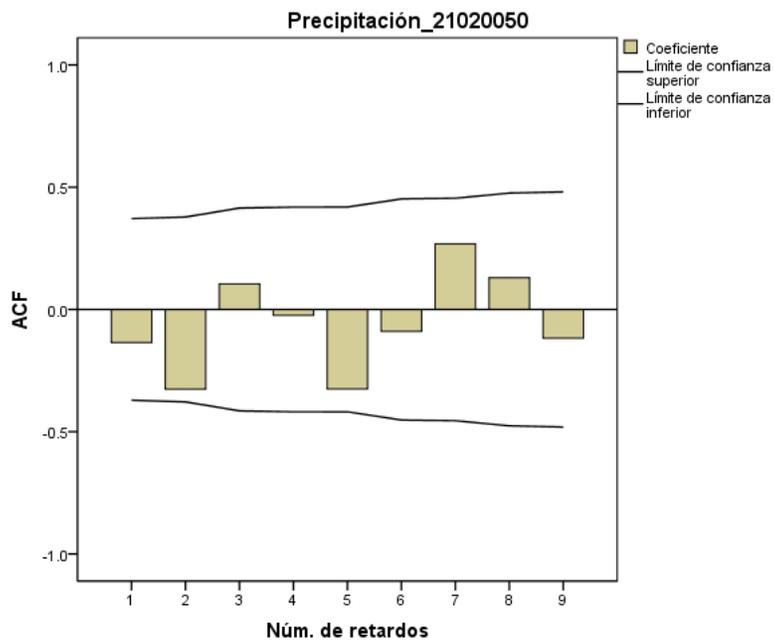


Figura 33. Función de autocorrelación total para la serie de tiempo original de precipitación de los mayos, estación 21020050

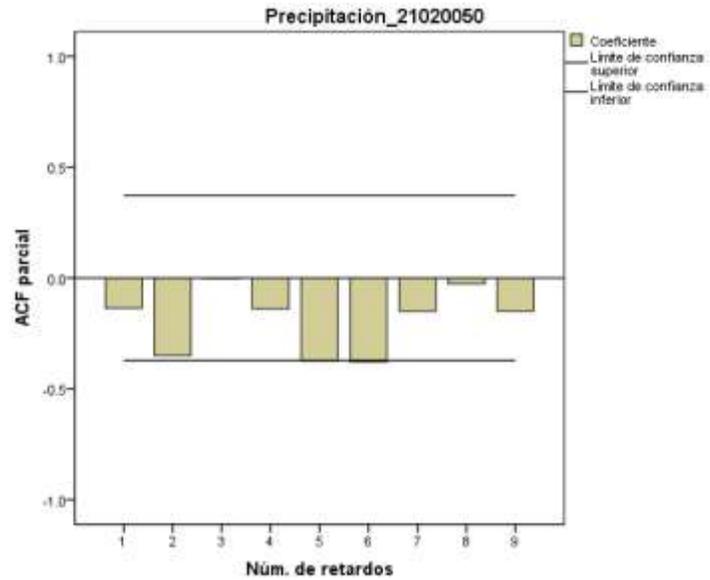


Figura 34. Función de autocorrelación parcial para la serie de tiempo original de precipitación de los mayos, estación 21020050

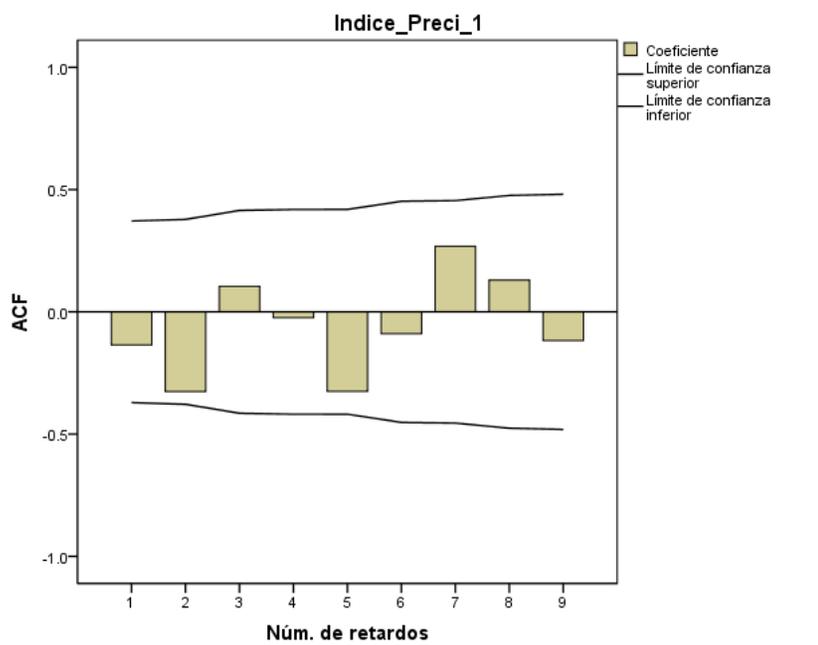


Figura 35. Función de autocorrelación total para la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas para los mayos, estación 21020050

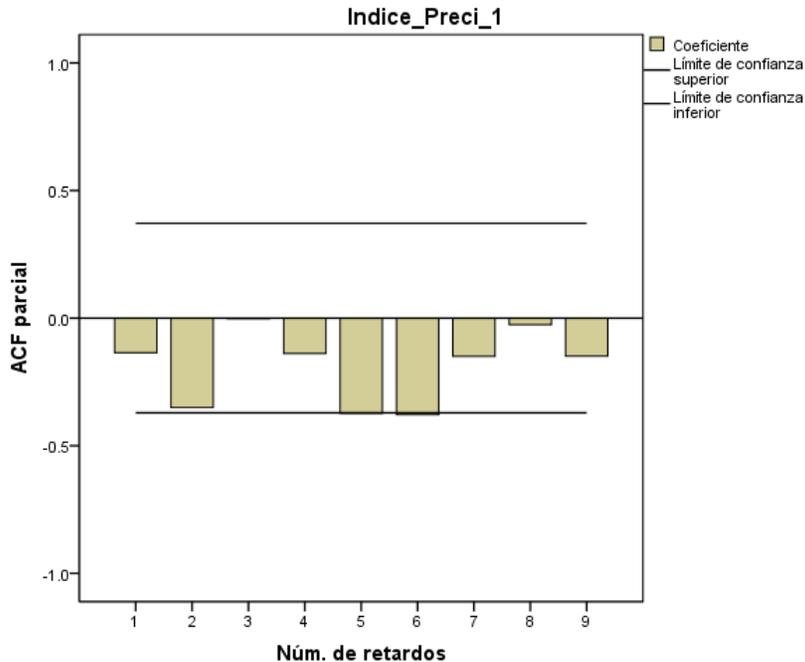


Figura 36. Función de autocorrelación parcial para la serie de tiempo de las anomalías estandarizadas para los mayo, estación 21020050

Acorde a las funciones de autocorrelación total de las series de tiempo original y los tres índices se identifican las siguientes características:

- La función de autocorrelación total de toda la serie original mensual (incluyendo todos los meses) expresada en milímetros permite identificar la estacionalidad de orden 12 de la precipitación, allí se identifica una autocorrelación significativa negativa en el retardo o rezago de orden 6 que indica el contraste entre los valores de precipitación de períodos secos y los períodos lluviosos.
- La función de autocorrelación total de las series de los tres índices expresados en valores relativos: anomalías estandarizadas, anomalías respecto al promedio y anomalías respecto a la mediana (incluyendo todos los meses), contribuyen al análisis de los déficit y excesos de precipitación, ellas no poseen una estructura de autocorrelación, excepto en algunos rezagos, por ello, se puede señalar que son ruido blanco, el cual corresponde a “una sucesión de variables independientes e idénticamente distribuidas” (Pankratz, 1991). En este contexto, (Peña, 2010) señala “un proceso de ruido blanco no es necesariamente estacionario en sentido estricto ni debe estar formado por variables independientes, ya que sólo se exige la incorrelación. Si imponemos la condición adicional de que las variables sean independientes y no sólo incorreladas, llamaremos al proceso de ruido blanco estricto. Si suponemos que las variables tienen distribución normal, la incorrelación garantiza la independencia y el proceso será ruido blanco estricto. Llamaremos al proceso resultante proceso de

ruido blanco normal. es decir, ser ruido blanco, constituye un proceso estocástico particular, aun así, se pueden identificar señales relacionadas con la variabilidad intraestacional (2 meses) e interanual (60 meses), cuando en las series de los índices se evidencian autocorrelación en algunos rezagos cuyo valor de autocorrelación supera los límites de confianza).

- Si se considera que las series de los tres índices son ruido blanco, resulta ventajoso para emplear métodos estadísticos clásicos que suponen datos no autocorrelacionados, por ejemplo, la estimación del promedio de las anomalías y su respectivo intervalo de confianza empleando el proceso de estimación para el caso de diseños muestrales.
- La función de autocorrelación parcial de la serie original mensual expresada en milímetros permite identificar la estacionalidad de orden 12 de la precipitación, también se identifica una autocorrelación significativa negativa en el retardo o rezago de orden 6 que indica el contraste entre los valores de precipitación de períodos secos y los períodos lluviosos.
- La función de autocorrelación parcial de las series de los tres índices expresados en valores relativos: anomalías estandarizadas, anomalías respecto al promedio y anomalías respecto a la mediana, contribuyen al análisis de los déficit y excesos de precipitación, ellas no poseen una estructura de autocorrelación, excepto en algunos rezagos, por ello, se puede señalar que son ruido blanco, aun así se pueden identificar señales relacionadas con la variabilidad intraestacional (2 meses) e interanual (60 meses), y resultaría favorable emplear métodos como el análisis de Fourier, contribuyendo a identificar periodos vinculados con las señales descritas.
- Las funciones de autocorrelación total para las series de tiempo de precipitación y los 3 índices de los meses de los eneros para la estación 21015020, poseen la misma estructura de autocorrelación.
- Las funciones de autocorrelación parcial para las series de tiempo de precipitación y los 3 índices de los meses de los eneros para la estación 21015020, poseen la misma estructura de autocorrelación.
- Para el caso de las series de tiempo de los mayos para la estación 21020050 las funciones de autocorrelación total para las series de tiempo de precipitación y los 3 índices tienen la misma estructura de autocorrelación.
- Para el caso de las series de tiempo de los mayos para la estación 21020050 las funciones de autocorrelación parcial para las series de tiempo de precipitación y los 3 índices tienen la misma estructura de autocorrelación.

Ejemplo estimación del promedio e intervalo de confianza

Se ilustra la aplicación para la serie de tiempo de los eneros de la estación 21015020. En Figura 37, se ilustra el intervalo de confianza para el promedio de la serie de tiempo de precipitación original, clásico vs. ajustado (incluyendo la estructura de autocorrelación), En las

figuras 38, 39 y 40, se presentan los intervalos de confianza clásicos y los ajustados para el caso de las series de anomalías estandarizadas, anomalías respecto al promedio y anomalías con relación a la mediana. Para este estudio de caso tratado, $n = 37$, se obtuvo un valor aproximadamente del tamaño de muestra equivalente $n' = 71$, de igual forma, se precisa que el número de rezagos que se incluyeron para la función de autocorrelación correspondieron a $k = 9$.

Es importante tener en cuenta que la estructura de autocorrelación para las series de tiempo para los meses de eneros para los cuatro tipos de series es la misma, es decir, ella es invariante al expresar las series en los tres tipos de índices de precipitación expresados en anomalías.

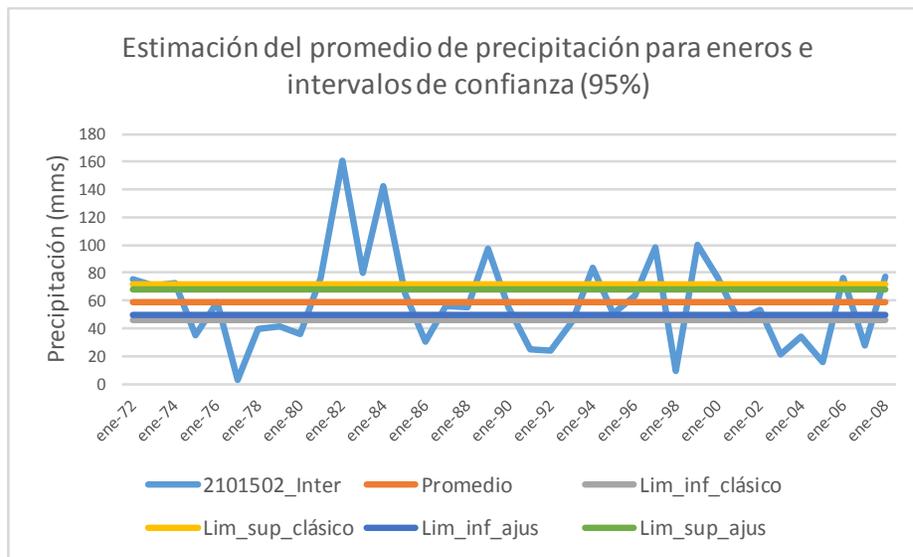


Figura 37. Estimación del promedio de precipitación e intervalos de confianza clásico vs. ajustado (incluyendo la estructura de autocorrelación) para los meses de enero, estación 21015020

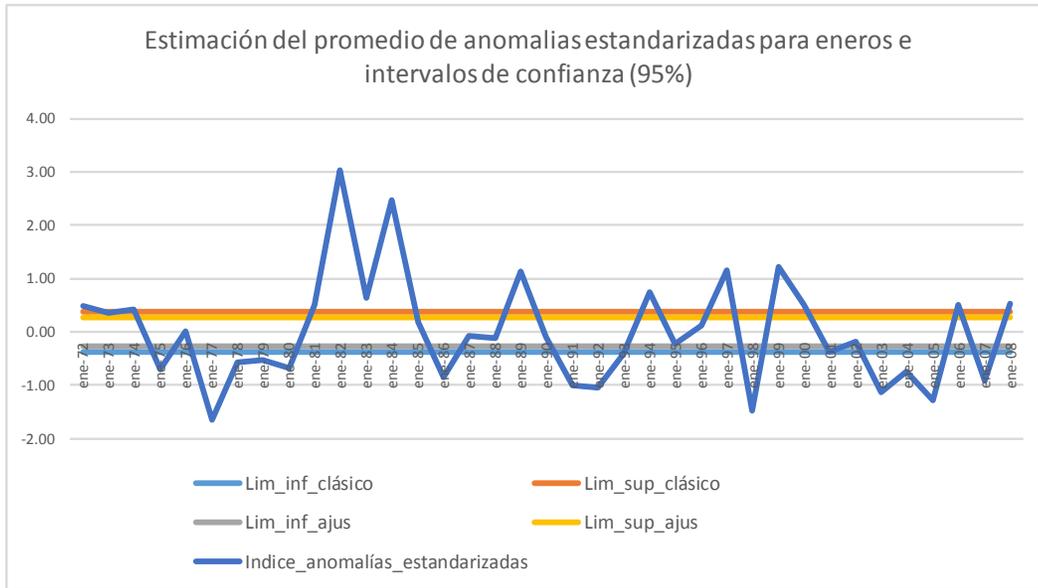


Figura 38. Estimación del promedio de anomalías estandarizadas de precipitación e intervalos de confianza clásico vs. ajustado (incluyendo la estructura de autocorrelación) para los meses de enero, estación 21015020

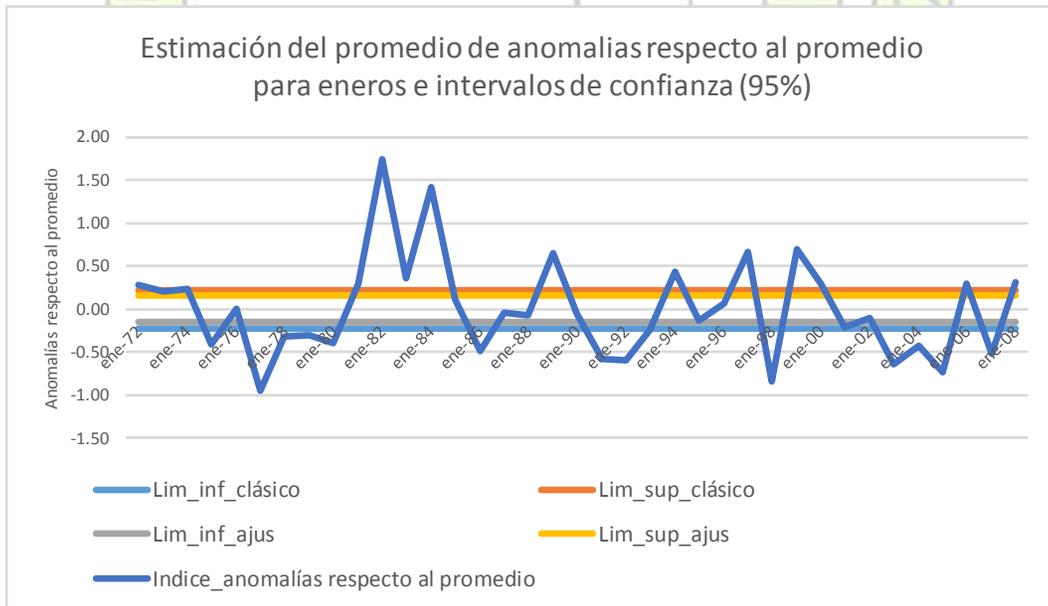


Figura 39. Estimación del promedio de anomalías respecto al promedio de precipitación e intervalos de confianza clásico vs. ajustado (incluyendo la estructura de autocorrelación) para los meses de enero, estación 21015020

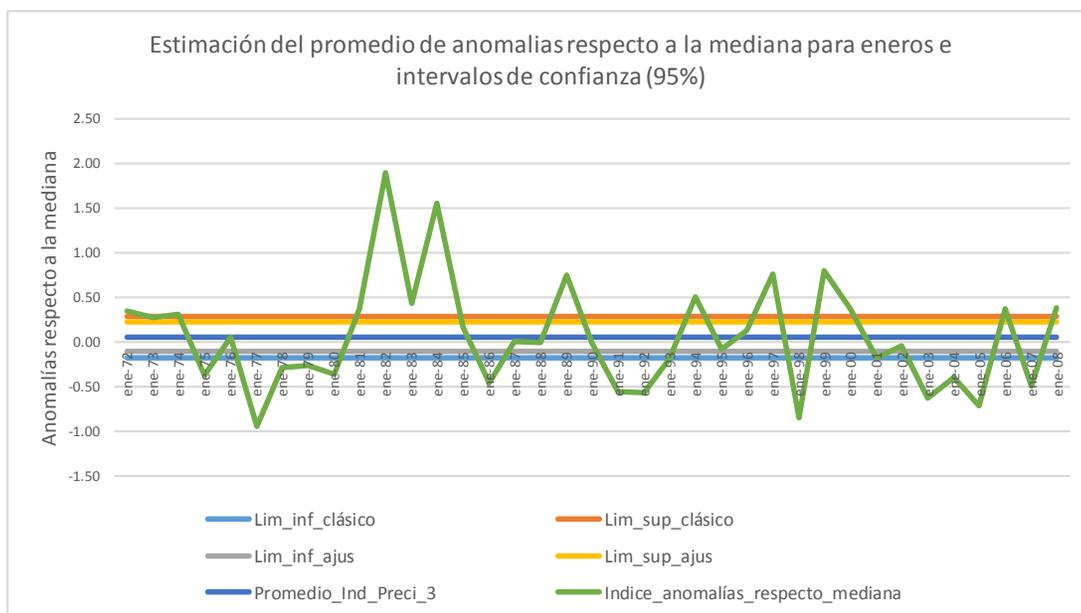


Figura 40. Estimación del promedio de anomalías respecto a la mediana de precipitación e intervalos de confianza clásico vs. ajustado (incluyendo la estructura de autocorrelación) para los meses de enero, estación 21015020

Conclusiones

En el estudio de la variabilidad climática el análisis de la serie de tiempo original de precipitación permite identificar la estacionalidad de orden 12 y la autocorrelación negativa en el rezago de orden 6, corresponden a los contrastes entre los períodos secos y lluviosos que ocurren en un año.

Los tres índices de precipitación aportan al análisis de los excesos y déficit de precipitación, pues se expresan como valores de anomalías estandarizadas, anomalías respecto al promedio y anomalías respecto a la mediana.

Las series de tiempo de los tres índices revelan que la estructura de autocorrelación total y parcial se remueve al compararla con la autocorrelación de la serie de tiempo original de precipitación, aun así estas series transformadas brindan información de algunas autocorrelaciones significativas para rezagos específicos ($\hat{\rho}_k \neq 0$), en este contexto, se pueden emplear otros métodos como análisis de Fourier a estas series de tiempo completas de los índices, con el propósito de identificar componentes estacionales intraestacionales (2 meses) o interanuales relacionados con la ocurrencia de eventos como el ENOS (Eventos El Niño y La Niña) (48 a 60 meses).

La estructura de autocorrelación de las subseries de tiempo para cada mes evidencia que son ruido blanco, pues en general todas las autocorrelaciones están dentro del intervalo de confianza, indicando autocorrelaciones no significativas ($\hat{\rho}_k = 0$), aun cuando se identifican

distribuciones de los datos de cada mes son levemente sesgadas. Adicionalmente, se detectaron algunas autocorrelaciones que relativamente toman valores altos, aun cuando están dentro del intervalo de confianza, por ello, se considera que ellas brindan información para ajustar los intervalos de confianza para la estimación del promedio, y para ello se incluye el concepto de tamaño de muestra equivalente.

Agradecimientos

Al Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (Ideam) por el suministro de la información de las series de tiempo de precipitación. A los grupos de investigación de Ingeniería Ambiental de la Universidad Distrital (GIIAUD) y Tiempo, Clima y Sociedad del Departamento de Geografía de la Universidad Nacional de Colombia.

Referencias

- Bernal, N., Barrios, J., Ramos, M., Velásquez, C., Ibarra, Y., Lombana, L., Velásquez, W. y Beltrán, J. (2012). Propuesta Metodológica para la Homogenización de Series de Tiempo de Precipitación Mensual y su utilidad en procesos de toma de decisiones, estudio de caso Región Climatológica del Bajo Magdalena. *XXII Simposio Internacional de Estadística*. Bucaramanga.
- Bernal, N., Correa, R. y Rangel, E. (2011). *Homogenización de series de tiempo mensuales de precipitación [ponencia]*. IX Congreso Colombiano de Meteorología: "200 años de la meteorología y la climatología en América Latina". Bogotá, D.C.
- IDEAM - UNAL. (2018). *La Variabilidad Climática y Cambio Climático*. Bogotá, D.C.: Grupo de Comunicaciones Ideam, Backroom Designers S.A.S.
- Kneifel, H. (1973). *La Tierra*. Barcelona: Círculo de Lectores.
- Lombana, L., Bernal, N. y Barrios, J. (2018). *Guía para el procesamiento de series de tiempo de precipitación y temperatura: estimación de datos faltantes, detección de cambios y homogenización*. Bogotá, D.C.: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Martínez, J., Montealegre, E. y Rangel, E. (1996). Estimación de observaciones faltantes en una serie de tiempo usando modelos Arima. *IV Congreso Colombiano de Meteorología, Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales - Ideam*.
- Mendenhall, W., Beaver, R. y Beaver, B. (2008). *Introducción a la Probabilidad y Estadística*. México, D.F.: Cengage Learning Editores, S.A.
- Mesa, O., Poveda, G. y Carvajal, L. (1997). *Introducción al Clima en Colombia*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Nieto, F. H. y Ruiz, F. (2002). About a prompt strategy for estimating missing data in long time series. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas*, 411-418.

- Ospina, D. (2008). *Introducción al Muestreo*. Bogotá, D.C.: Universidad Nacional de Colombia, Unibiblios.
- Pabón, D. (2019, 17 de Julio). *El clima y su efecto en diversos procesos del territorio colombiano*. <http://investigacion.unal.edu.co/boletin/notas-boletin-un-investiga/news/conferencia-el-clima-y-su-efecto-en-diversos-procesos-del-territorio-colombiano-jose-daniel-pabon/>
- Pabón, D. y Montealegre, E. (2017). *Los fenómenos de El Niño y La Niña*. Bogotá, D.C.: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Pabón, D. y Torres, G. (2007). Impacto socioeconómico de los fenómenos El Niño. *Cuadernos de Geografía*, 81-94. <https://repositorio.acefyn.org.co/bitstream/001/113/1/Fenomeno%20del%20ni%c3%b1o%20y%20la%20ni%c3%b1a%20WEB.pdf>
- Pankratz, A. (1991). *Forecasting with Dynamic Regression Models*. New York: John Wiley & Sons, Inc. .
- Peña, D. (2010). *Análisis de Series Temporales*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.
- SPSS, I. R. (2009). *SPSS Statistics for Windows, Version 18.0*. Chicago: SPSS Inc.
- Storch, H. y Zwiers, F. (1999). *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge: Cambridge, University Press.
- USAID. (2007). Adapting to climate variability and Change: A Guide Manual for Development Planning. En V. e. Ramírez, *Avances Técnicos CENICAFÉ* (pág. 8). Chinchiná, Caldas.
- Wei, W. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate*. Pearson Education, Inc.
- Zhang, H. y Nieto, F. H. (2016). A new R package for TAR modeling. *XXVI Simposio Internacional de Estadística*

